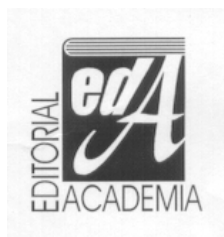


# **NUEVAS INVESTIGACIONES SISMOLOGICAS EN CUBA**

**Editores: Tomás J. Chuy Rodríguez  
Leonardo Álvarez Gómez**



**La Habana, 2002**

# **SISMOGRAMAS SINTÉTICOS EN MEDIOS ANELÁSTICOS LATERALMENTE HETEROGÉNEOS: SUMA MODAL PARA EL CASO DE FUENTES SÍSMICAS UBICADAS BAJO UNA FOSA ABISAL PROFUNDA**

*Leonardo Alvarez, Fabio Romanelli, Giuliano F. Panza*

## **RESUMEN**

Mientras se espera por el incremento del volumen de registro de terremoto fuertes, especialmente en zonas sísmicas fuera de los E.E.U.U. y Japón, el desarrollo y el uso de herramientas de modelación es un enfoque muy útil para realizar estimaciones del peligro sísmico puntual. Estas se basan en el conocimiento de la física del foco y de la propagación de ondas, así como en la explotación de una base de datos relativamente rica, que puede ser usada en la definición de las fuentes y de los modelos de las estructuras. Con esos datos iniciales se modela el movimiento del suelo usando el enfoque del acoplamiento de modos para medios anelásticos lateralmente heterogéneos de variación abrupta; esto es, se calculan los coeficiente de acople para los modos transmitidos y reflejados en la interfase vertical entre dos "cuartos" de espacio en contacto soldado. Este formalismo puede ser aplicado a cualquier estructura lateralmente heterogénea usando una serie particular de estructuras anelásticas estratificadas con interfases verticales en contacto soldado. El caso de la propagación de ondas sísmicas en un medio estratificado lateralmente heterogéneo de variación suave se resuelve con una aproximación, equivalente al método WKBJ. En el presente trabajo se implementa en un paquete de programas la formulación teórica que combina ambos enfoques (WKBJ y coeficientes de acople). Los programas desarrollados permiten calcular los sismogramas sintéticos para un amplio rango de medios anelásticos estratificados lateralmente inhomogéneos. Como caso de estudio se utiliza el terremoto del 16 de diciembre de 1999 ( $m_b=4.8$ ), ocurrido debajo de la fosa de Bartlett, al sur de la ciudad de Santiago de Cuba, y que fuera registrado por un acelerómetro (SMA-100) instalado en la estación de Río Carpintero (RCC), a una distancia epicentral de 30 Km. La trayectoria atravesada por las ondas corresponde a una estructura compleja que parte de una fuente submarina y termina en una estación ubicada en la isla. Se obtuvo una buena correspondencia entre la componente transversal observada de la aceleración (onda SH) y la señal sintética calculada para un momento sísmico  $M_0=7,1 \cdot 10^{22}$ .

## **ABSTRACT**

While waiting for the increment of strong motion data, especially for earthquake prone areas outside the United States and Japan, a very useful approach to perform immediate site specific seismic hazard assessment is the development and use of modelling tools. They are based, on one hand, on the theoretical knowledge of the physics of the seismic source and of wave propagation and, on the other hand, on the exploitation of the relatively rich database, already available, that can be used for the definition of the source and structural models. With these input data we model the ground motion using the mode-coupling approach for sharply varying laterally heterogeneous anelastic media, i.e. computing the coupling coefficients for the modes transmitted and reflected at the vertical interface, between two quarter spaces in welded contact. The formalism can be readily applied to any laterally heterogeneous structure by using a custom series of layered anelastic structures in welded contact at vertical interfaces. The case of seismic wave propagation in smooth varying laterally heterogeneous layered media, is solved with an approximation, equivalent to WKBJ method. The theoretical formulation that combines both WKBJ and the coupling

coefficients approaches, is implemented in a computer programs package. The computer code we have developed allows us to calculate synthetic seismograms for a wide range of laterally inhomogeneous layered anelastic media. As a case study we use an earthquake occurred on December 16, 1999 ( $m_b=4.8$ ) beneath the Bartlett sea trough, south of Santiago de Cuba city, that was recorded by an accelerometer (SMA-100) placed in Río Carpintero (RCC) station, at an epicentral distance of about 30 Km. The path travelled by the waves corresponds to a complex structure from undersea source to inland seismic station. A good fit between the observed transverse component (SH-waves) of acceleration and the corresponding synthetic signal is obtained for a seismic moment of  $M_0=7,1.10^{22}$ .

**PALABRAS CLAVES:** ondas superficiales, modelación, sismogramas sintéticos

## INTRODUCCIÓN

La teoría de la propagación de las ondas superficiales para varios casos de medio lateralmente heterogéneo fue desarrollada hace bastante tiempo (p.e. Levshin, 1985), pero la implementación práctica de programas de cómputo está todavía en progreso. Las técnicas básicas de suma modal

{p.e. Panza (1985), Panza y Suhadolc (1987), Florsch et al. (1991) y Panza et al. (2000)}, usualmente consideran un semiespacio elástico estratificado homogéneo, esto es, el modelo 1D clásico. El problema de dos medios anelásticos (estratificados horizontalmente) lateralmente homogéneos, en contacto soldado, ha sido estudiado por varios autores, entre los que pueden ser mencionadas las implementaciones de suma modal desarrolladas por Vaccari et al. (1989) y Romanelli et al. (1996, 1997). El caso de los medios lateralmente heterogéneos de variación suave ha sido aproximado por una combinación de varios medios lateralmente homogéneos, no muy diferentes cada uno de sus vecinos inmediatos en contacto soldado (Romanelli y Vaccari, 1999).

En el caso de Cuba suroriental, se espera que bajo la fosa de Bartlett (de una profundidad entre 6 y 7 Km) ocurran terremotos medianos y grandes, con sus efectos principales a manifestarse en tierra, que en el caso de Santiago de Cuba corresponde a distancias que varían entre 30 y 100 Km. Para una estimación del peligro sísmico específica de un emplazamiento dado, la trayectoria de propagación debe considerar la falla Oriente. En tal caso es apropiado considerar una trayectoria formada por un medio lateralmente heterogéneo de variación suave desde la fuente hasta la falla Oriente en contacto soldado con un medio lateralmente homogéneo desde la falla Oriente hasta el emplazamiento. Para este problema particular, basado en la formulación de Levshin (1985), fue desarrollado un algoritmo que resuelve el problema del medio lateralmente heterogéneo de variación suave.

## TEORÍA

### **Caso unidimensional**

El problema clásico unidimensional (1D) de la propagación de modos, esto es, de ondas de Rayleigh (P-SV) y de Love (SH) ha sido considerado por muchos autores (ver Aki y Richards, 1980, para un compendio). El formalismo de la síntesis completa de señales sísmicas por la técnica de suma modal, incluyendo la atenuación debida a la anelasticidad, puede ser encontrada por ejemplo en Panza (1985), Panza y Suhadolc (1987) Florsch et al. (1991) y Panza et al (2000). Siguiendo la notación dada por Levshin (1985), el espectro de desplazamiento en la aproximación de campo lejano es:

$$u_{kD}^q(\omega, r, r_0) = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \frac{\exp\left[-\omega r \left(\frac{i}{C_{kD}(\omega)} + \alpha_{kD}(\omega)\right)\right]}{\sqrt{r}}.$$

$$\cdot \left[ \frac{W_{kD}(\omega, h)}{\sqrt{U_{kD}(\omega) \cdot I_{kD}(\omega) \cdot C_{kD}(\omega)}} \right] \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{kD}^q(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD}(\omega) \cdot I_{kD}(\omega)}} \right] \quad (1)$$

Aquí “q” indica la componente del movimiento, esto es, (r,φ,z) en un sistema de referencia cilíndrico o (x,y,z) uno cartesiano, “k” indica el número del modo de propagación, “D” indica el tipo de movimiento (D=R → Rayleigh, D=L → Love), y  $\varepsilon_{kD}^q$  is se define como:

$$\varepsilon_{kR}^z = 1, \quad \varepsilon_{kR}^r = -i \cdot \chi_k(\omega, z), \quad \varepsilon_{kR}^\phi = \varepsilon_{kL}^z = \varepsilon_{kL}^r = 0, \quad \varepsilon_{kL}^\phi = i \quad (2)$$

donde  $\chi_k$  es la elipticidad del k-ésimo modo de las ondas de Rayleigh. La atenuación de fase  $\alpha$  viene dada por:

$$\alpha_{kD}(\omega) = \omega \cdot (2 \cdot U_{kD}(\omega) \cdot Q_{kD}(\omega))^{-1} \quad (3)$$

donde “Q” es el factor de calidad. Los valores de “C” (velocidad de fase), U (velocidad de grupo), I (integral de la energía),  $\alpha$  y  $\chi$  se obtienen como solución del problema de autovalores y autofunciones asociado al medio anelástico estratificado, y dependen de la frecuencia y del modo de propagación considerado. El término  $W_{kD}$  es una función del tensor de momento del doble par de fuerzas asociado a la fuente sísmica y de las autofunciones mencionadas:

$$W_{kD}(\omega, \varphi, z) = \sum_{j=1}^6 M_j(\omega) \cdot G_{kD}^j(\omega, \varphi, z) \quad (4)$$

donde  $M_j$  representa las componentes del tensor de momento y  $G_{kD}^j$  a las componentes de las funciones de Green para el problema 1D. Sus formulas explicitas pueden ser obtenidas en [Levshin, (1985) y Panza et al., (2000)]. Esta solución constituye la base para el desarrollo de los enfoques que tratan el caso de los medios con variación lateral que se considerarán más adelante. En la técnica de suma modal, la transformada de Fourier,  $U_D^q$ , del sismograma sintético se obtiene sumando el espectro de los modos. Sea  $N(\omega)$  dicho número, entonces:

$$U_D^q(\omega, r, \varphi, z) = \sum_{k=1}^{N(\omega)} u_{kD}^q(\omega, r, \varphi, z) \quad (5)$$

En lo adelante, por simplicidad, no escribiremos la dependencia explícita de la frecuencia ( $\omega$ ) para el caso de las velocidades, la atenuación y las integrales de energía.

### **Caso bidimensional: coeficientes de acople**

El primer problema que fue estudiado corresponde al caso de 2 medios lateralmente homogéneos en contacto soldado (Herrera, 1964; Alsop, 1966; Alsop et al., 1974). Varios autores lo desarrollaron con posterioridad, y la formulación más simple es presentada por Levshin (1985). Dicha formulación fue ligeramente modificada, para incluir la atenuación anelástica, por Vaccari et al. (1989) y Romanelli et al. (1996, 1997), los que desarrollaron una implementación computacional completa. Si la fuente está en el primer medio ( $M_0$ ), el cual está ubicado a una distancia horizontal  $s_{M_0}$  de la frontera entre ellos, y el receptor está en el segundo medio (M), ubicado a una distancia  $s_M$  de ella, la fórmula (1) se convierte, para el caso de incidencia normal, en:

$$u_{m_0mD}^q(\omega) = \frac{\exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{8\pi\pi}} \cdot \frac{\exp\left[-i\omega\left(\frac{s_{M_0}}{C_{m_0D}^M} + \frac{s_M}{C_{mD}^M}\right) - \omega(s_{M_0}\alpha_{m_0D}^M + s_M\alpha_{mD}^M)\right]}{\sqrt{J_{m_0mD}(\omega)}\big|_{M_0M}}$$

$$\bullet \gamma_{DP}^{m_0m} \bullet \left[ \frac{W_{kD}(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD} \cdot C_{kD}}} \right]_{M_0} \bullet \left[ \frac{\varepsilon_{kD}^q(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD}}} \right]_M \quad (6)$$

Aquí el espectro de desplazamiento no se evalúa para el modo “k” como antes, sino que se calcula para el modo “m” de la estructura en que está situado el receptor, acoplado con el modo “m<sub>0</sub>” de la estructura en que está ubicada la fuente. En principio, cada uno de los  $N_{M_0}(\omega)$  de la estructura donde está la fuente, puede ser acoplado con los  $N_M(\omega)$  modos de la estructura donde está el receptor. Entonces, el número máximo de modos acoplados que pueden llegar al receptor es  $N_{M_0}(\omega) \cdot N_M(\omega)$ . El término  $\gamma_{DP}^{m_0m}$  representa el coeficiente de acople, cuyo valor puede variar en el rango de 0 a 1, y corresponde lo mismo a ondas transmitidas (P=T) como a reflejadas (P=R). Su forma general es:

$$\gamma_{DP}^{m_0m} = \frac{\langle A_{DP}^{m_0}, A_{DM'}^{m'(P)} \rangle}{\langle A_{DM_0}^{m_0}, A_{DM_0}^{m_0} \rangle^{1/2} \cdot \langle A_{DM'(P)}^{m'(P)}, A_{DM'(P)}^{m'(P)} \rangle^{1/2}}, \quad m'(P), M'(P) = \begin{cases} m_0, M_0 \Rightarrow P = R \\ m, M \Rightarrow P = T \end{cases} \quad (7a)$$

donde los coeficientes  $A_{DP}^m$  son los vectores esfuerzo-desplazamiento asociados a un modo particular en un medio específico. Los términos entre corchetes de esta fórmula corresponden a un tipo de producto escalar, definido como:

$$\langle A_i^{m_i}, A_j^{m_j} \rangle = \frac{1}{2i} \int_0^\infty \left[ \vec{u}_i^{m_i} \circ \left( \vec{\sigma}_j^{m_j} \circ \vec{e}_u \right) - \left( \vec{\sigma}_i^{m_i} \circ \vec{e}_u \right) \circ \vec{u}_j^{m_j} \right] dz \quad (7b)$$

El símbolo “ $\approx$ ” sobre una variable significa compleja conjugada, los  $\vec{u}_k^{m_k}$  son los vectores del espectro de desplazamiento, las  $\vec{\sigma}_k^{m_k}$  son las díadas que representan el esfuerzo, y  $\vec{e}_u$  es un vector unitario en la dirección de propagación de las ondas. Los puntos sin rellenar significan producto escalar. Las soluciones analíticas de esta integral pueden ser encontradas en Vaccari et al. (1989) y Romanelli et al. (1997) para los modos de las ondas de Rayleigh y en Romanelli et al. (1996) para los de las ondas de Love. Los vectores esfuerzo-desplazamiento de las ondas transmitidas (P=T) y reflejadas (P=R) se calculan por aplicación de la ley de Snell en la frontera vertical, en la forma:

$$A_{kT}^{m_0} = (1 - \xi(z)) \cdot A_{kM_0}^{m_0}, \quad A_{kR}^{m_0} = \xi(z) \cdot A_{kM_0}^{m_0} \quad (8)$$

donde  $\xi$  es el coeficiente de reflexión.

La dispersión geométrica “J” para la onda transmitida es:

$$J_{kD}(\omega) = \frac{1}{C_{kD}^{M_0}} \cdot (s_{M_0} \cdot C_{kD}^{M_0} + s_M \cdot C_{kD}^M) \quad (9)$$

### Caso bidimensional: la aproximación WKBJ

El caso de la propagación modal en medios estratificados lateralmente heterogéneos de variación suave resuelta por primera vez por Woodhouse (1974). El presentó una aproximación, equivalente al método WKBJ, que requiere el uso de principios variacionales, teoría de perturbación, propagador de matrices y método de las características. Este enfoque fue desarrollado posteriormente por otros autores, y un tratamiento completo del mismo, en término de modos normales libres, puede ser encontrado en (Dahlen y Tromp, 1998). Un procedimiento de tipo WKBJ diferente fue introducido por Babich et al. (1976). En este enfoque, que sigue la teoría clásica del rayo (Babich, 1961), se busca la solución en términos de ondas que se propagan con la velocidad  $c = |\nabla \tau|^{-1}$  a lo largo del rayo (aquí  $\tau$  es la superficie del frente de ondas), mediante métodos asintóticos. Las condiciones de variación lateral suave se pueden

resumir como sigue. Sean  $\rho_j$ ,  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  la densidad, y las velocidades de las ondas P y S respectivamente, en la  $j$ -ésima capa. Ellas pueden variar dentro de la capa solo en un pequeño rango, esto es

$$\rho_j = \rho_j(\varepsilon x, \varepsilon y, z), \quad \alpha_j = \alpha_j(\varepsilon x, \varepsilon y, z), \quad \beta_j = \beta_j(\varepsilon x, \varepsilon y, z), \quad z_j \leq z \leq z_{j+1}, \quad j = 0, 1, \dots, N \quad (10a)$$

mientras que las fronteras entre las capas están descritas por  $z_j = z_j(\varepsilon x, \varepsilon y)$ , donde  $\varepsilon$  es un parámetro pequeño. La condición de “suave” es:

$$|\nabla_{\perp} \alpha_j| \cdot \frac{\lambda_{\max}}{\alpha_j} \ll 2\pi, \quad |\nabla_{\perp} \beta_j| \cdot \frac{\lambda_{\max}}{\beta_j} \ll 2\pi, \quad |\nabla_{\perp} \rho_j| \cdot \frac{\lambda_{\max}}{\rho_j} \ll 2\pi, \quad |\nabla_{\perp} z_j| \cdot \frac{\lambda_{\max}}{z_j} \ll 2\pi \quad (10b)$$

donde  $\nabla_{\perp}$  es el gradiente horizontal y  $\lambda_{\max}$  es la mayor longitud de onda considerada. La solución general es presentada por Levshin (1985), y discutida en detalle en (A.A.V.V., 1989). Fue ligeramente modificada por nosotros para incluir la atenuación, esto es:

$$u_{kD}^q(\omega) = \frac{\exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \frac{\exp\left[-i \cdot \omega \int_{M_0}^M \frac{ds}{C_{kD}} - \omega \cdot \int_{M_0}^M \alpha_{kD} \cdot ds\right]}{\sqrt{J_{kD}(\omega)|_{M_0M}}} \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{kD}^q(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD}}} \right]_M \cdot \left[ \frac{W_{kD}(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD} \cdot C_{kD}}} \right]_{M_0} \quad (11)$$

La dispersión geométrica “J” en su forma general puede ser definida como:

$$J = \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

donde la condición  $\eta = \text{const.}$  Define la trayectoria del rayo y “x,y” son las coordenadas ortogonales cartesianas en un plano normal al rayo. Para el caso especial de rayos que viajan sin cambios en la dirección horizontal, el valor de “J” en el punto “M” de la trayectoria puede ser obtenido, a partir de las ecuaciones cinemáticas del trazado de los rayos, como:

$$J_{kD}(\omega)|_M = \frac{1}{C_{kD}^{M_0}} \cdot \int_{M_0}^M C_{kD} \cdot ds \quad (13)$$

donde  $C_{kD}^{M_0}$  corresponde a la velocidad de fase en la fuente.

Los cuatro factores en el miembro derecho de (11) pueden ser interpretados como sigue. El primero es general, y aparece en cualquier formulación de ondas superficiales; el segundo representa la trayectoria, mientras que el tercero y el cuarto representan las contribuciones del receptor y la fuente, las cuales se evalúan considerando la solución del problema 1D en los modelos de estructuras correspondientes a cada caso.

Las dos formulaciones presentadas para el caso bidimensional fueron obtenidas por diferentes procedimientos matemáticos, esto es, los coeficientes de acople por un método analítico y el WKBJ por uno asintótico. Sin embargo las fórmulas del WKBJ pueden ser obtenidas de la formulación de los coeficientes de acople mediante un proceso de límite. Consideremos un medio formado por “n” modelos 1D en contacto soldado en n-1 fronteras. Asumamos que nos encontramos en el caso en que no existe conversión de modos, esto es, un modo de un número de orden dado en una estructura puede ser transmitido sólo en un modo del mismo número en la próxima estructura. Tal problema tiene la solución:

$$u_{kD}^q(\omega) = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \left[ \frac{W_{kD}(\omega, h)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD} \cdot C_{kD}}} \right]_{M_0} \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{kD}^q(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD}}} \right]_M \cdot \gamma_{kD} \cdot \prod_{j=1}^{n-1} \gamma_{j,D}^m \cdot \left[ \frac{W_{kD}(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD} \cdot C_{kD}}} \right]_{M_0} \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{kD}^q(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD}}} \right]_M \quad (14a)$$

donde el índice “l” corre sobre el medio 1D y el índice “j” corre sobre las fronteras; la dispersión geométrica es:

$$J_{kD}(\omega) = \frac{1}{C_{kD}^{M_0}} \cdot \left( \sum_{l=1}^n s_{M_l} \cdot C_{kD}^{M_l} \right) \quad (14b)$$

Un estudio de caso de este problema puede ser encontrado en (Romanelli y Vaccari, 1999). Si “n” tiende a  $\infty$ , las extensiones horizontales de los modelos individuales 1D  $s_{M_l}$  se hacen infinitesimales, y la fórmula (14a) se transforma en las fórmulas (11,13)

con la excepción del término en las  $\gamma_{j,D}^m$ . En el límite, esos coeficientes simples tienen que ser iguales a (1,0), esto es, con amplitud unitaria y fase 0, y entonces, su producto será también igual a (1,0). La aproximación usada en el algoritmo computacional desarrollado es consistente con este procedimiento.

#### **Caso bidimensional: coeficientes de acople y aproximación WKBJ**

Consideremos ahora un medio anelástico estratificado lateralmente heterogéneo compuesto por  $n_1$  secciones lateralmente heterogéneas de variación suave y  $n_2$  lateralmente homogéneas, dispuestas aleatoriamente y en contacto soldado una respecto a la otra a través de superficies verticales (Fig.1). Levshin (1985) da la formula general para el espectro de desplazamiento de las ondas transmitidas.

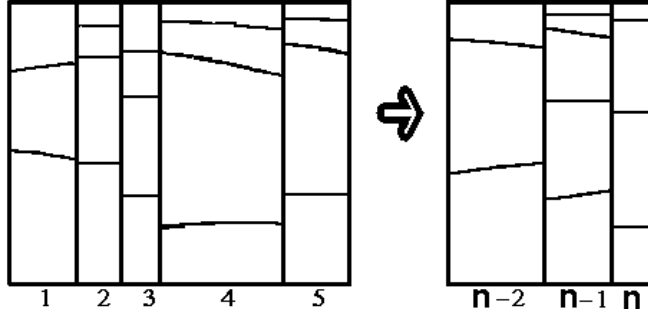


Figura 1. Ejemplo general de medio estratificado lateralmente heterogéneo. Pueden existir secciones de medio estratificado horizontalmente homogéneo y de medio lateralmente heterogéneo de variación suave distribuidas aleatoriamente a lo largo de la trayectoria.

Aquí se presenta una versión modificada que considera la atenuación anelástica y que está limitada a la incidencia normal en las fronteras:

$$u_{kD}^q(\omega, r, \varphi, z) = \frac{\exp(-i \cdot \pi / 4)}{\sqrt{8\pi\omega}} \cdot \left[ \frac{W_{kD}(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD} \cdot C_{kD}}} \right]_{M_0} \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{kD}^q(\omega, z)}{\sqrt{U_{kD} \cdot I_{kD}}} \right]_M \cdot \gamma_{kD} \cdot \exp \left\{ -i\omega \left[ \sum_{j=1}^{n_1} \int_{l_j} \frac{ds}{C_{kD}} + \sum_{j=1}^{n_2} \frac{s_j}{C_{kD}^j} \right] \right\} \cdot \frac{\exp \left\{ i\omega \left[ \sum_{j=1}^{n_1} \int_{l_j} \alpha_{kD} ds + \sum_{j=1}^{n_2} s_j \alpha_{kD}^j \right] \right\}}{\sqrt{J_{kD}(\omega)}} \quad (15)$$

La suma desde  $j=1$  a  $n_1$  es para las secciones con variación lateral suave, mientras que la suma desde  $j=1$  to  $n_2$  es para las lateralmente homogéneas. Las  $s_j$  son las extensiones horizontales de las diferentes secciones, los índices “D” y “q” son los mismos que en las fórmulas anteriores, pero el índice “k” ya no identifica al modo sino a la “conversión” desde la fuente al receptor. Específicamente, cuando las ondas atraviesan una frontera vertical, cada modo se acopla con todos los modos de la

siguiente estructura (Vaccari et al., 1989; Romanelli et al., 1996, 1997), de forma que un modo “m” en la estructura de la fuente arriba al receptor como modo m’, pero habiendo atravesado las estructuras intermedias acoplándose con cualquiera de los  $N_j$  modos posibles en cada una de ellas. Por tanto, “k” significa la conversión de modos desde la fuente hasta el receptor. En nuestro caso se tienen  $n=n_1+n_2$  estructuras diferentes y correspondientemente n-1 fronteras verticales.

Sea  $M_j(\omega)$  el conjunto de todos los modos para la estructura “j” a la frecuencia “ $\omega$ ”,  $M_j(\omega) = \{1, 2, \dots, N_j(\omega)\}$ , donde  $N_j(\omega)$  es el modo más alto considerado. El producto cartesiano de los modos existentes en cada estructura representará el total de combinaciones posibles de conversiones de modo desde la fuente hasta el receptor:

$$M_T(\omega) = M_1(\omega) \times M_2(\omega) \times \dots \times M_{n-1}(\omega) \times M_n(\omega) \quad (16a)$$

El número total de elementos del conjunto  $M_T(\omega)$  será  $N_T(\omega) = \prod_{j=1}^n N_j(\omega)$ . Sea “k” un miembro de este conjunto, correspondiente a una conversión de modo particular. Entonces, “k” es el n-tuple, definido como:

$$k = (m_1^k, \dots, m_n^k): m_1^k \in M_1, \dots, m_n^k \in M_n \quad (16b)$$

donde  $m_j^k$  el número ordinal del modo de la estructura “j” en que la onda se mueve en la conversión de modos “k”,  $[k = 1, 2, \dots, N_T(\omega)]$ . Según la onda se mueve de un medio al siguiente, su amplitud y su fase cambian en la medida dada por los coeficientes de acople (Vaccari et al. 1989; Romanelli et al, 1996, 1997),  $\gamma_{DP}^{mm'}$ , donde “m” significa el modo que arriba a la frontera, y m’ el que sale. En el caso de varias fronteras, la amplitud y la fase resultantes serán dadas por el producto de todos los coeficientes de acople (Panza et al., 2000). Entonces, el  $\gamma_{kD}$  de la fórmula (15) será:

$$\gamma_{kD} = \prod_{j=1}^{n-1} \gamma_D^{m_j^k m_{j+1}^k} \quad (17)$$

donde los  $\gamma_D^{m_j^k m_{j+1}^k}$  son equivalentes a los  $\gamma_{DP}^{m_0 m}$  definidos anteriormente, in el cual hemos eliminado el índice “P” porque estamos considerando solo la onda transmitida. La evaluación de la dispersión geométrica “J” es en general trabajosa algebraicamente, y por tanto hemos considerado sólo la incidencia normal. Entonces:

$$J_{kD}(\omega) = \frac{1}{C_{0kD}} \cdot \left[ \sum_{j=1}^{n_1} \int_{l_j} C_{kD} \cdot ds + \sum_{j=1}^{n_2} C_{kD}^j \cdot s_j \right] \quad (18)$$

Para hallar la señal completa por el método de suma modal, la suma no puede ser realizada sobre el número de orden de los modos, sino sobre los n-tuples del conjunto  $M_T(\omega)$ :

$$U_D^q(\omega) = \sum_{k=1}^{N_T} u_{kD}^q(\omega) \quad (19)$$

## EL ALGORITMO

La implementación práctica de la formula (15) en un programa de computación no es simple. De hecho, el medio complejo considerado en dicha fórmula incluye una combinación de los coeficientes de acople (fórmulas 6-9) y del método WKBJ (fórmulas 10-13). Todos los algoritmos están basados en la solución del problema 1D (formulas 1-5), que existe en forma de programas estables, precisos y eficientes, que son discutidos en detalle por Panza (1985), Panza y Suhadolc (1987), Florsch et al. (1991) y Panza et al. (2000). El algoritmo para el caso de los coeficientes de acople ha sido discutido por Vaccari et al. (1989), Romanelli et al. (1996, 1997) y Romanelli



y Vaccari, (1999). En cualquier frontera entre estructuras 1D, cada modo del campo de ondas incidentes se puede acoplar con todos los modos existentes en la estructura adyacente. Esto significa que valores típicos de  $N_T(\omega)$  pueden ser tan grandes como  $200^n$ . Por tanto, en término medio debe ser calculada una matriz con  $200^n$  filas aproximadamente, y con columnas dadas por la frecuencia, el coeficiente de acople  $\gamma_{kD}$ , y la información sobre el n-tuple dada por la fórmula (16b). Esto significa que, cuando el número de interfaces (n-1) es grande, es prácticamente imposible procesar los ficheros necesarios debido a su tamaño, y tienen que ser usados diversos procedimientos para reducir el volumen de datos (Romanelli y Vaccari, 1999).

El cálculo de las integrales para la aproximación WKBJ es algo complicado debido a las condiciones de variación suave (fórmulas 10a,b). Una solución exacta requiere el conocimiento de las funciones continuas que describan cada variable a lo largo de la trayectoria, lo que es imposible en la práctica, y resulta necesario realizar una aproximación. Esto puede ser realizado transformando las fronteras suaves inclinadas entre las capas en “escaleras” de pasos de poca altura (Schwab, 1994). En la Fig. 2a se muestra una sección de una frontera inclinada simple que se aproxima por dos segmentos horizontales desplazados en dirección vertical. Cuando esto es hecho en toda la profundidad de la estructura y a lo largo de toda la trayectoria, el modelo resultante 2D es como el que se muestra en la Fig. 2b.

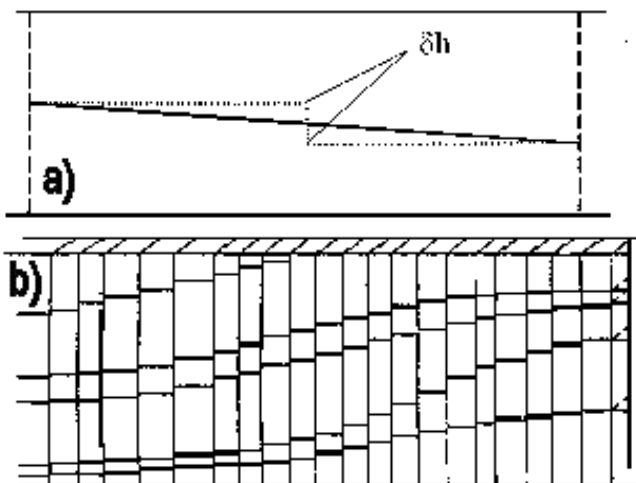


Figura 2. Transformación de un medio heterogéneo de variación suave. a) Aproximación de una sección de una frontera inclinada en dos líneas horizontales con un desplazamiento vertical “ $\delta h$ ” entre ellas, b) ejemplo de cómo un medio heterogéneo de variación lateral suave es convertido en un conjunto de medios homogéneos horizontalmente estratificados [modificado de Schwab (1984)].

Esta modelación se controla por el parámetro  $\delta h$ , la altura del paso. Si queremos obviar las ondas reflejadas y difractadas, conectadas a los modos acoplados transmitidos, dichas Alturas tienen que ser despreciables para la propagación de las ondas involucradas. La condición a satisfacer es que  $\lambda_{\min}/\delta h > 20$ , donde  $\lambda_{\min}$  es la longitud de onda mínima involucrada (Schwab, 1994). Por tanto, un medio lateralmente heterogéneo de variación suave se sustituye por un conjunto de medios lateralmente homogéneos contiguos que satisfacen la condición  $\lambda_{\min}/\delta h > 20$ . Se supone, y esta es la asunción básica del algoritmo que pasando de una a otra de esas estructuras lateralmente homogéneas casi similares, cada modo se propaga sin transformación en otro. La solución completa del problema requiere la solución del problema de autovalores y autofunciones en cada uno de los modelos 1D. Entonces, la suma modal se realiza usando los “modos locales” (Maupin, 1988) para cada estructura 1D, esto es, los modos que se propagan a través de un medio de variación lateral suave corresponden a los modos normales que existirían en cada estructura simple si ellas fueran semiespacios estratificados infinitos.

El primer paso en nuestro algoritmo es dividir el medio heterogéneo de variación lateral suave en varias zonas, separadas por fronteras verticales. Su posición se define por la condición de que las interfases entre las capas cambien

monótonamente a lo largo de la dirección horizontal. Esas zonas son subdivididas nuevamente (si es necesario) en sectores donde las fronteras puedan ser aproximadas por líneas rectas inclinadas. Cada sector es entonces automáticamente procesado mediante la interpolación horizontal de estructuras no muy diferentes una de otra ( $\lambda_{\min}/\delta h > 20$  como sugiere Schwab, 1994). Esto resulta en un número de estructuras 1D que puede ser considerablemente grande, dependiendo de como el sector original cambia (por ejemplo, para el caso de  $f_{\max}=1$  Hz, el sector de fronteras inclinadas de la Fig. 3, que muestra pequeñas variaciones en la posición vertical de las fronteras, fue aproximado por 51 estructuras 1D). El espaciamiento entre las estructuras interpoladas puede ser uniforme o controlado por la geometría de alguna capa seleccionada.

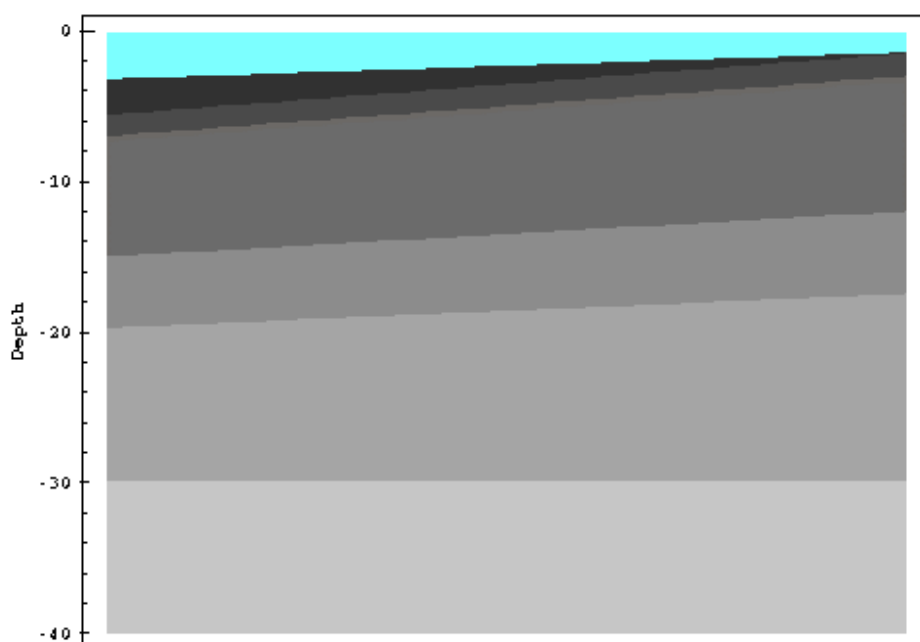


Fig. 3. Aproximación de las fronteras inclinadas de un sector por “escaleras” con pasos de poca altura, bajo el criterio  $\lambda_{\min}/\delta h > 20$ . La escala horizontal está aumentada aproximadamente 2 veces.

Para considerar el problema completo es necesario analizar el caso del acople entre un medio 1D y un medio estratificado de variación lateral suave, o entre dos medios del ultimo tipo, que pueden estar presentes a lo largo de la trayectoria de las ondas. El acople tiene que ser calculado para la última (o para la primera) de las estructuras 1D interpoladas, tomando en consideración que a través de un medio estratificado de variación lateral suave se pueden propagar sólo los modos que existan en todas las estructuras 1D interpoladas.

## DATOS INICIALES

Cuba está situada en la placa de América del Norte, sobre su frontera con la del Caribe. Al sur de Cuba oriental, esta frontera está formada principalmente por la zona de sismicidad somera de la falla de Oriente, donde se encuentra la fosa profunda de Bartlett, la cual tiene una profundidad de 3 Km a una distancia de 30 Km de la ciudad de Santiago de Cuba. Los terremotos más importantes que afectan esa ciudad ocurren bajo esta fosa, que alcanza una profundidad de 6-7 Km a una distancia de 100 Km de la ciudad. Recientemente fue instalada en Cuba oriental una pequeña red acelerográfica, compuesta de 4 acelerógrafos triaxiales chinos SMA-100, con

registro digital a 50/100 muestras por segundo, 2-15 segundos de memoria pre-evento y una respuesta plana de 0 a 40 Hz. Uno de esos acelerógrafos se instaló en roca en la estación de Río Carpintero, situada 18 Km al este de Santiago de Cuba. El mismo registró el terremoto del 16 de diciembre de 1999,  $m_b = 4.8$  (no se determinó  $M_s$ ),  $h = 17$  Km (31.5 Km de distancia epicentral), que se sintió con una intensidad máxima V (MSK) en la ciudad. La región focal está bajo la fosa de Bartlett en un lugar donde la profundidad del mar alcanza 3-3.5 Km. En la Fig. 4 se presentan la posición geográfica del epicentro y la estación.

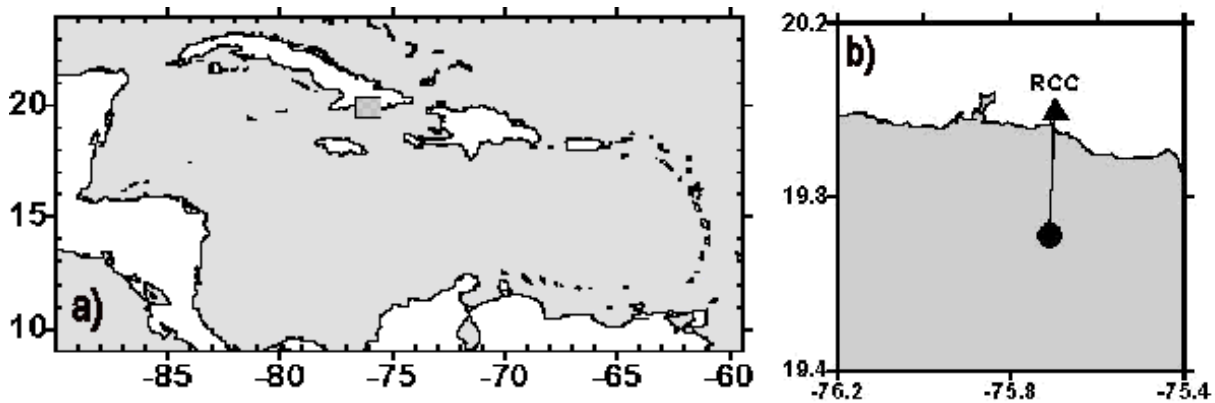


Figura 4. Esquema geográfico. a) Posición general del área de estudio; b) epicentro del terremoto del 16 de diciembre de 1999 (NEIC) y estación Río Carpintero (RCC).

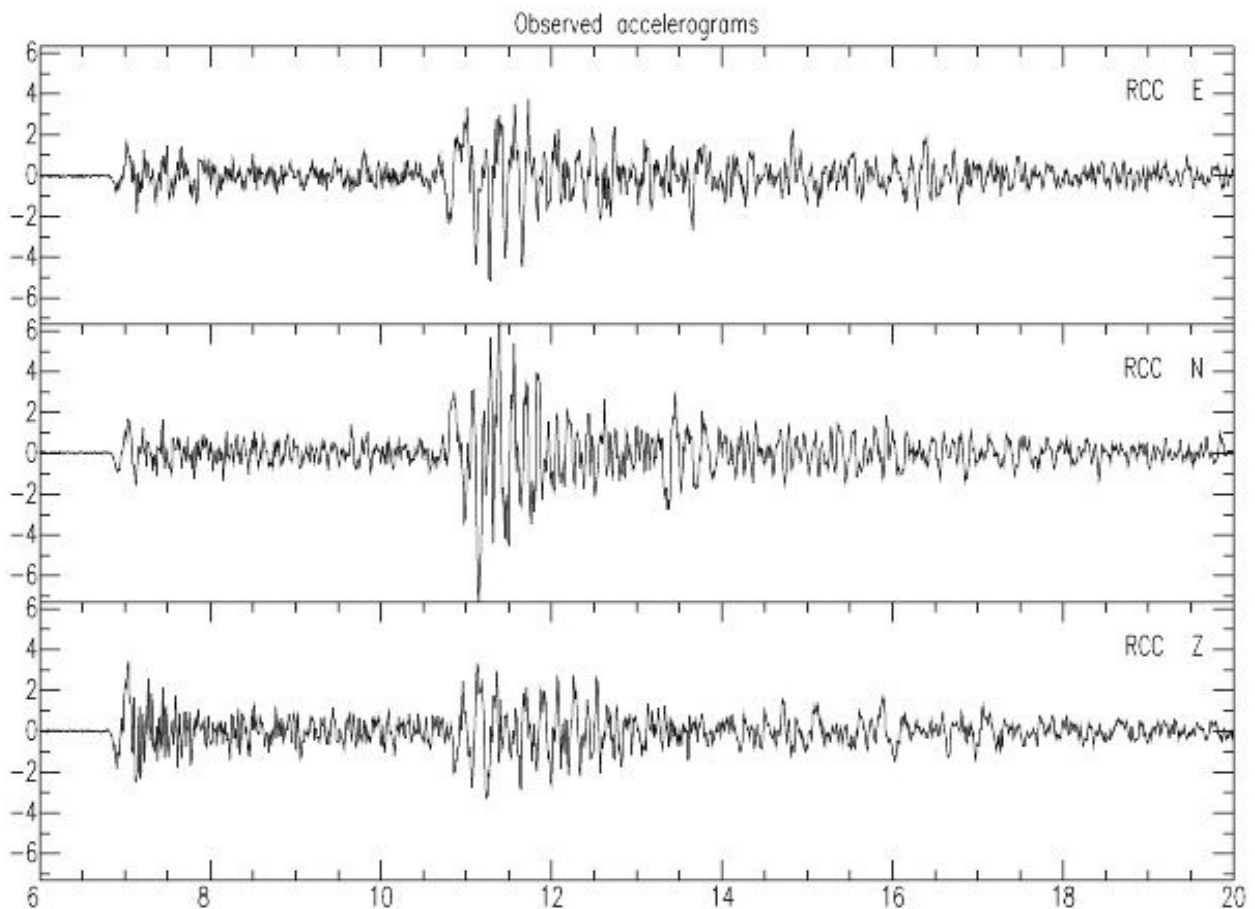


Figura 5. Registro acelerográfico del terremoto del 16 de diciembre de 1999 en roca, en la estación Río Carpintero (RCC). El contenido en frecuencias de la señal alcanza hasta un máximo de 25 Hz.

En la Fig. 5 se presentan los acelerogramas registrados. La aceleración máxima registrada fue de  $7.3 \text{ cm/seg}^2$ , que es consistente con la intensidad IV sentida en la estación (diario de la estación RCC).

Para la construcción de los modelos de estructura, los datos de velocidad de P y de densidad hasta la profundidad de Moho se obtienen de los sondeos sísmicos profundos y de otras investigaciones geofísicas. Para la fosa de Bartlett se usó el trabajo de Ewing et al. (1960), mientras que para el territorio sobre la isla se usaron los resultados de Bobenko et al. (1980), en la reinterpretación hecha por Arriaza (1998). Para las profundidades en el rango 30 - 150 Km se usaron los resultados del estudio tomográfico de ondas P de Van der Hilst (1990) y del estudio gravimétrico de Orihuela y Cuevas (1993). Para profundidades superiores a 150 Km se usó el modelo de Harkrider (1970). Se construyó un conjunto de estructuras 1D (Fig. 6), formado por 3 estructuras marinas (S1, S2, S3) y una de la isla (L).

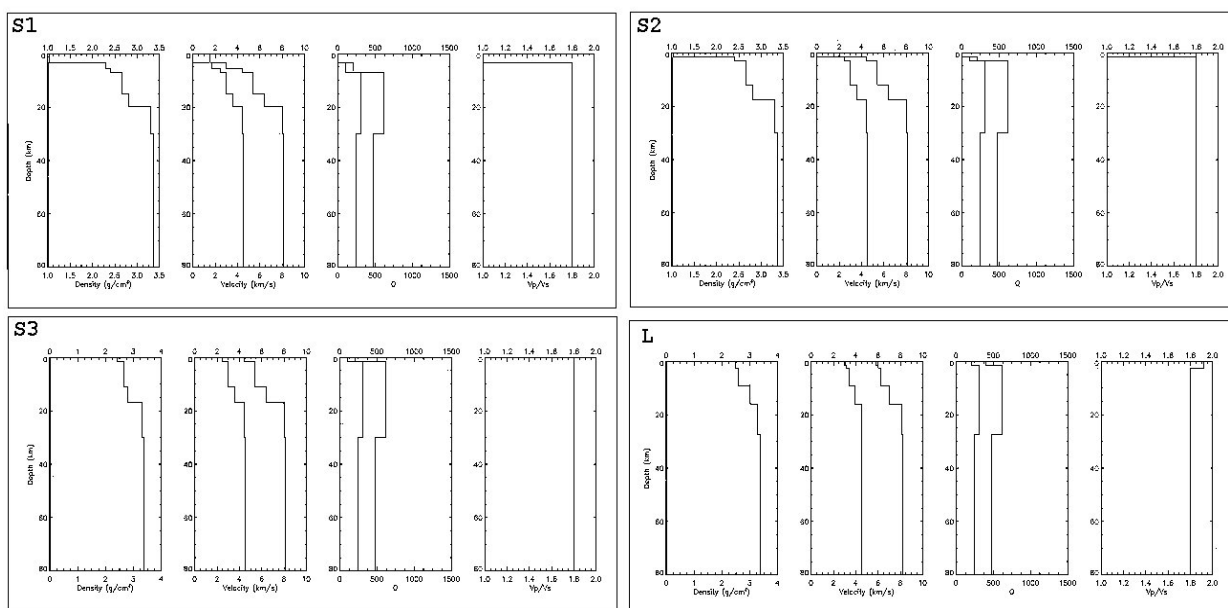


Figura 6. Primeros 40 Km de los modelos de estructura usados en la preparación del perfil complejo epicentro – estación registradora: S1 – en la fuente, S2 – intermedia, S3 – en el borde norte de la fosa de Bartlett y L – en el receptos. Por debajo de esa profundidad todo el perfil tiene una estructura común.

Las misma se usaron para confeccionar el modelo complejo, asignado a la trayectoria epicentro – estación, cuyos primeros 50 Km se muestran en la Fig. 7.

Para calcular las señales sintéticas es necesario conocer el momento sísmico  $M_0$  del terremoto. Para pasar de la magnitud medida del terremoto,  $m_b$ , al momento sísmico correspondiente, usamos dos procedimientos diferentes. El primero es a través del uso de una relación lineal del tipo  $M_s$  vs.  $m_b$  obtenida por García (2001) usando datos regionales de Cuba y sus alrededores, y de la fórmula de Kanamori (1977)  $M_w$  vs.  $\lg(M_0)$ , mientras que el segundo a través de la relación de segundo orden  $\lg(M_0)$  vs.  $m_b$ , obtenida por Johnston (1994) usando datos globales de regiones continentales estables. Del primero se obtuvo el valor  $M_0=2.9 \cdot 10^{22}$  ( $M_w=4.25$ ) y del segundo  $M_0=1.7 \cdot 10^{23}$  ( $M_w=4.75$ ).

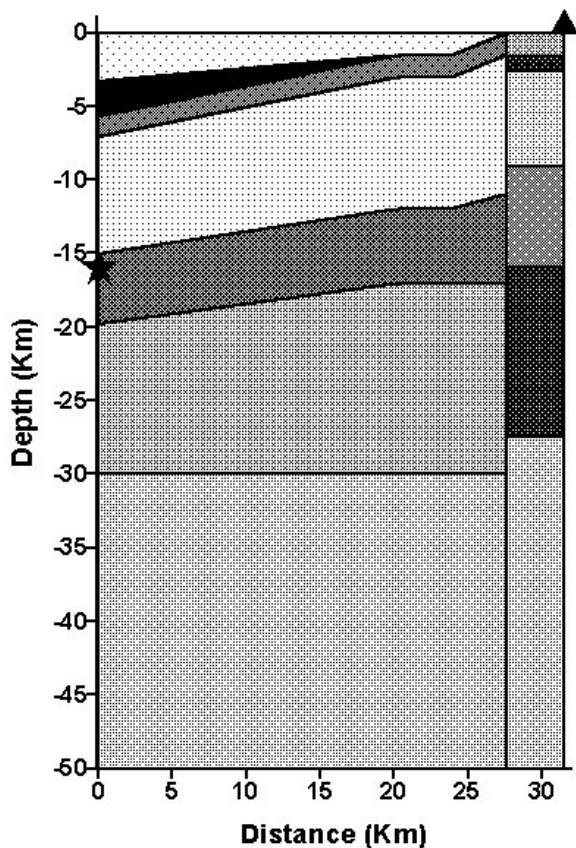


Figura 7. Esquema de los 50 Km superiores del perfil epicentro (estrella) – estación RCC (triángulo), donde la escala usada representa las proporciones reales.

Como las polaridades de la onda P no permitían una determinación confiable de la solución del plano de falla (ni tampoco existía una solución CMT), se decidió obtener una idea grosera sobre el posible mecanismo focal utilizando los valores relativos de las 3 componentes observadas del movimiento, de la forma siguiente. Se consideró como modelo medio el de la estructura S3 de la Fig. 5. Se calcularon las señales sintéticas para esa estructura con una frecuencia máxima de 1 Hz. Los valores pico de las 3 componentes de movimiento sintéticas se compararon con los de las observadas, una vez filtrados éstas para

$f_{\max} = 1$  Hz. El resultado de este procedimiento de prueba y error condujo a la solución  $Az = 270^\circ$ ,  $Bz = 45^\circ$  y  $Des = 45^\circ$ , que también está en correspondencia con las pocas polaridades disponibles.

## RESULTADOS

Como se ve de la Fig. 6, la trayectoria fuente - receptor se modeló por una estructura 2D desde la fuente hasta la falla Oriente y por una estructura 1D desde ésta hasta la estación sismológica RCC. El cálculo para la estructura 2D se realizó con el método WKBJ. La interpolación de las estructuras intermedias 1D de “corta longitud” se realizó entre las 3 estructuras de la Fig. 6 [inicio (S1), media (S2) y final (S3)] siguiendo el procedimiento descrito. La trayectoria total en el medio 2D quedó formada por 65 estructuras 1D simples de corta longitud. Se calcularon el espectro SH completo hasta la frecuencia  $f_{\max} = 1$  Hz para todas las estructuras 1D, y los coeficientes para todos los acoplos de modo posibles en la frontera entre las estructuras S3 y L. Los sismogramas sintéticos se obtuvieron usando las fórmulas (15-19).

La señal sintética se transformó, para poderla comparar con el acelerograma real, mediante un proceso de escala usando la ley de Gusev (1983), según es reportada por Aki (1987). Como la magnitud original del terremoto es en la escala  $m_b$ , la comparación real - sintético fue realizada en el intervalo formado por las dos conversiones realizadas a momento sísmico:  $M_0 = (2,9 \cdot 10^{22}, 1,7 \cdot 10^{23})$ . Se obtuvo un ajuste satisfactorio para el valor  $M_0 = 7,1 \cdot 10^{22}$  (que corresponde a  $M_w = 4.5$ ). Se observa también un pequeño defasaje temporal (alrededor de 0.3 seg.) entre las señales real y sintética, que cae dentro de los límites del error en la determinación del tiempo de origen (Fig.8).

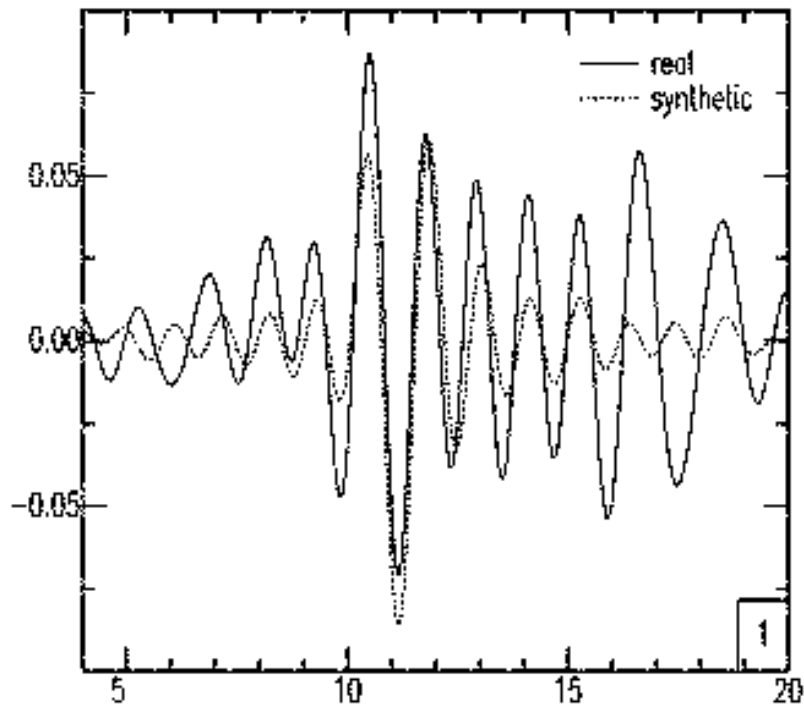


Figura 8. Comparación de las señales real y sintética. La real fue desplazada hacia atrás 0.29 seg para obtener el ajuste.

## CONCLUSIONES

Fue implementado, en un paquete de programas, el algoritmo para el tratamiento del campo de ondas completo, esto es, las ondas P-SV y SH que se propagan en un medio anelástico lateralmente heterogéneo de variación suave (MALHVS), por el método WKBJ. Este nuevo algoritmo se combinó con el ya existente (en otro paquete de programas) para el cálculo de sismogramas en medios 2D formados por varios medios 1D lateralmente homogéneos (MLH) en contacto soldado. Como resultado el algoritmo es capaz de calcular señales sintéticas en medios complejos formados por varias secciones MALHVS y MLH distribuidas aleatoriamente.

Para chequear el método descrito se usó el acelerograma del terremoto ocurrido el 16 de diciembre de 1999 ( $m_b=4.8$ ) bajo la fosa profunda de Bartlett, y registrado en la estación sísmológica RCC, situada en tierra a una distancia de 31.5 Km. Como no existían soluciones confiables CMT o de plano de falla para el mecanismo focal, este fue estimado groseramente mediante un estudio paramétrico de modelación 1D. Se obtuvo una buena correspondencia entre la componente transversal observada (ondas SH) del acelerograma y la señal sintética para un momento sísmico  $M_0=7,1 \cdot 10^{22}$  (que corresponde a  $M_w=4.5$ ).

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue realizado en el marco del proyecto internacional UNESCO/IGCP 414 "Determination of seismic input for megacities and large urban areas". Los autores agradecen el financiamiento obtenido de MURST Cofin 2000 Project (Active Deformation at the Northern Boundary of Adria), CNR-C007F8\_008, Proyectos PNRA 1B y 3A y del Programa de Asociados del Centro Internacional de Física Teórica "Abdus Salam".

## BIBLIOGRAFÍA

- A.A.V.V. (1989), *Seismic surface waves in a laterally heterogeneous Earth*, (ed. V. I. Keilis-Borok), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- ARRIAZA, G. (1998), *Nuevos enfoques en la interpretación y procesamiento de las ondas refractadas para el estudio del basamento de Cuba*, Tesis presentda en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Geológicas, La Habana, 179 pp.
- AKI, K., *Strong motion seismology*. En: *Strong Ground Motion Seismology*, NATO ASI Series, Series C: Mathematical and Physical Sciences, vol. 204, ed. Erdik, M.Ö and Toksöz, M. N.) (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987) pp.3-41.
- AKI, K.; RICHARDS, P. (1980), *Quantitative Seismology. Theory and Observations*, Freeman and Co., San Francisco, 948 pp.
- ALSOP, L.E. (1966), *Transmission and reflection of Love waves at a vertical discontinuity*, J. Geophys. Res., vol. 71, pp. 3969-3984.
- ALSOP, L. E.; GOODMAN, A. S.; GREGERSEN, S. (1974), *Reflection and transmission of inhomogeneous waves with particular application to Rayleigh waves*, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 58, pp. 1635-1652.
- BABICH, V. M. (1960), *Ray method of calculating the intensity of wavefronts in the case of heterogeneous, anisotropic, elastic medium. Traducción del original ruso en: Geophys. J. Int.* (1994), 118, 379-383.
- BABICH, V.M.; CHIKHACHEV, B.A.; YANOVSKAYA, T.B. (1976), Ondas superficiales en un semiespacio verticalmente inhomogéneo con una inhomogeneidad horizontal débil (*en ruso*), Izv. Acad. Nauk SSSR, Fizika Zemli, No. 4, pp. 24-31.
- BOVENKO, V.G.; SHCHERBAKOVA, B. YE.; HERNÁNDEZ, G. (1980), Nuevos datos geofísicos sobre la estructura profunda de Cuba oriental (*en ruso*), Sov. Geol., 9, 101-109.
- DAHLEN, F.A.; TROMP, J. (1998), *Theoretical global seismology*, Princeton Univ. Press, New Jersey, 1026 pp.
- EWING, J.; ANTOINE, J.; EWING, M.; (1960), *Geophysical measurements in the Western Caribbean Sea and in the Gulf of Mexico*, J. Geophys. Res., vol. 65, No. 12, pp. 4087-4126.
- FLORSCH, N., FÄH, D.; SUHADOLC, P.; PANZA, G. F. (1991), *Complete synthetic seismograms for high-frequency multimode SH-waves*, Pure and Applied Geophys., 136, pp. 529-560.
- GARCÍA, J. (2001), *Seismic Hazard Assessment for Cuba and the surrounding area*. Research Report, The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics, 85pp. con anexos gráficos.
- GUSEV, A.A. (1983), *Descriptive statistical model of earthquake source radiation and its application to an estimation of short period strong motion*, Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 74, 787-800.
- HARKRIDER, D.G. (1970), *Surface waves in multilayered elastic media. Part II. Higher mode spectra and spectral ratios from point sources in plane layered Earth models*, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 60, No. 6, pp. 1937-1987.
- HERRERA, I. (1964), *On a method to obtain a Green's function for a multi-layered half-space*, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 54, pp. 1087-1096.
- JOHNSTON, A.C., ed. (1994), *The stable continental region earthquake database*. En: *The earthquakes of stable continental regions. Volume 1: Assessment of large earthquake potential*. TR-102261-V1, Res. Projects 2556-12, 2356-56, 2356-59, Electric Power Research Institute, California.
- KANAMORI, H. (1977), *The energy release in great earthquakes*, J. Geophys. Res., 82, pp. 2981-2987.

- MAUPIN, V. (1988), *Surface waves across 2D structures: a method based on coupled local modes*, Geophys. J., vol. 93, pp. 173-185.
- ORIHUELA, N.; CUEVAS, J. L. (1993): *Modelaje sismogravimétrico de perfiles regionales del Caribe central*, Revista Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, 8, pp. 55-73.
- PANZA, G.F. (1985), *Synthetic seismograms: the Rayleigh waves modal summation*, J. Geophys. Res., 58, pp. 125-145.
- PANZA, G. F.; ROMANELLI, F. ; VACCARI, F. (2000): *Seismic wave propagation in laterally heterogeneous media: Theory and applications to the seismic zonation*, En: *Advances in Geophysics*, Vol. 43, (Academic Press, San Diego 2000) pp. 1-95.
- PANZA, G.F.; SUHADOLC, P. (1987), *Complete strong motion synthetics*. En: *Seismic strong motion synthetics, Computational techniques 4* (ed. Bolt B. A.), Academic Press, pp. 153-204.
- ROMANELLI F.; BING, Z.; VACCARI, F.; PANZA, G.F. (1996): *Analytical computation of reflection and transmission coupling coefficients for Love waves*, Geophys. J. Int., vol. 129, pp. 205-208.
- ROMANELLI, F.; VACCARI, F. (1999): *Site response estimation and ground motion spectral scenario in the Catania Area*, J. Seism., 3, 311-326.
- SCHWAB, F. (1994), *Large scale, multimode, multistructure computations with exact treatment of anelasticity: II Computational techniques for torsional waves on a single, mainframe vector processor*. En: *Proceedings International Lithosphere Program Task Group II-4. Volume 1. Three-dimensional mapping of the lithosphere and asthenosphere. General plan of the Three-Dimensional Mapping Project* (ed. Sommers, J.M.) pp. 4-7 – 4-50.
- Van der HILST, R. D. (1990), *Tomography with P, PP and pP delay-time data and the three-dimensional mantle structure below the Caribbean region*, Ph.D. Thesis, University of Utrecht.
- VACCARI, F.; GREGERSEN, S.; FURLAN, M.; PANZA, G.F. (1989): *Synthetic seismograms in laterally heterogeneous, anelastic media by modal summation of P-SV waves*, Geophys. J. Int., 99, pp. 285-295.
- WOODHOUSE, J. H. (1970):, *Surface waves in a laterally varying layered structure*, Geophys. J. Roy. Astron. Soc., vol 37, No. 3, pp. 461-490.