# MORFODINAMICA E HIDRODINAMICA DEL KARST SEGUN UN MODELO DE INTERACCION ENTRE MEDIOS CONTINUOS MULTIPLES

Leslie F. Molerio León
Cecilia March Delgado

Instituto de Hidroeconomia

1986

Año del XXX Aniversario del Desembarco del Granma

MORFODINAMICA E HIDRODINAMICA DEL KARST SEGUN UN MODELO DE INTERACCION ENTRE MEDIOS CONTINUOS MULTIPLES. (I).

Leslie F. Molerio León
Cecilia March Delgado
Instituto de Hidroeconomía

## INTRODUCCION

En 1960, Barenblatt, Zheltov y Kochina introdujeron el concepto de doble porosidad para describir, en un medio agrietado saturado, el fenómeno de intercambio de fluido que ocurre entre las grietas y la matriz rocosa sólida. Debido al carácter dual del almacenamiento, definido por la porosidad efectiva de ambos medios, tal modelo recibio la denominación de "doble porosidad" (MDP). Según estos autores, el siguiente sistema de ecuaciones permitiría describir el movimiento del fluido separadamente para la red de grietas y para el volumen de bloques:

(1) $$K_g \Delta H_g = (\beta_{cg} + m_g \beta)\frac{\partial H_g}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g)$$

$$K_b \Delta H_b = (\beta_{cg} + m_c \beta)\frac{\partial H_b}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g)$$

donde los subíndices b y q se refieren, respectivamente, al bloque y a la grieta; K es la conductividad hidráulica; m, el coeficiente de almacenamiento; $\beta$, la compresibilidad del agua; H, la carga hidráulica; $\beta_{cg}$ y $\beta_{cb}$ las compresibilidades de la grieta y el bloque respectivamente; $\Delta$, el operador Laplaciano, y $\alpha$, un coeficiente que puede definirse como:

(2) $$\alpha = K_b \sigma \frac{K_b}{l^2}$$

siendo $\sigma$ , la superficie específica de las grietas y l, las dimensiones del bloque.

Según estos autores,

(3)
$$mg << mb$$
$$Kg >> Kb$$
$$mg \approx Kb \approx 0$$

de manera que,

(4)
$$\frac{\delta H_g}{\delta t} - \eta \frac{\delta(\Delta H_g)}{\delta t} = a \Delta H_g$$

(5)
$$a = \frac{K_g}{(\beta e_b + 1/_b \beta)}$$

y,

(6)
$$\eta = \frac{K_g}{\alpha} \approx \frac{K_g}{K_b} \ell^2$$

Años antes, N.S.Boulton explicaba las anomalías respecto a la curva tipo s=f(log t) de Theis (1937) que se presentaba en algunas pruebas de bombeo, suponiéndolas debidas a un fenómeno de retardo de fluido provocado por una determinada estructura del medio acuífero. Este fenómeno, denominado de "drenaje diferido"(delayed yield), conocido también como "efecto Boulton" (Borevskii et al. 1982) es, en esencia, el comportamiento que caracteriza un medio de doble porosidad y se esquematiza en la fig. 1.

En los siguientes trabajos de Boulton, ya en colaboración con T. Streltsova (vease bibliografia), aunque la base conceptual del MDF estaba implícita, no fue explícitamente considerado hasta la segunda mitad de la década del 70 y en algunos trabajos de esta autora (Streltsova, 1976a, 1976b).

No pocos autores se han basado en el MDP como vía para la explicación, en acuíferos anisotrópicos, heterogéneos y discontinuos, de fenómenos de transporte, dispersión y difusión (Huyakorn et al. 1984a; 1984b; Bibby, 1981), del movimiento de fluido hacia obras de toma (Warren y Root, 1963, además de los mencionados de Boulton y Streltsova) combinándolos con detallados análisis teóricos del problema, a veces desde posiciones bastante controvertidas (Duguid y Lee, 1977; Narasimhan, 1982; Moench, 1984).

En todos estos casos, el análisis se restringe a flujo en la zona saturada. En la literatura consultada no hemos encontrado referencias de aplicaciones del MDP a flujo no saturado o alternativamente saturado-no saturado, como el que ocurre en las zonas de aereación o de fluctuación estacional de las aguas subterráneas. La aplicación del MDP como explicación de fenómenos hidrodinámicos en acuíferos cársicos es también bastante limitada. Bibby (1981) adoptó este modelo para explicar fenómenos de intrusión de aguas marinas en Inglaterra y March (1984) lo tomó como alternativa de análisis en el comportamiento hidrodinámico de los acuíferos cársicos de llanuras de Cuba, caracterizados por una peculiar anisotropía tridimensional progresiva, heterogeneidad, y discontinuidad.

Mucho se ha discutido si el efecto de doble porosidad es una propiedad de los acuíferos anisotrópicos o si, en cambio, es un efecto que se produce bajo determinadas condiciones cuyo mecanismo no está perfectamente claro. Es decir, si se trata de una respuesta aleatoria o, por el contrario, es una componente del sistema. Efectivamente, en pozos sometidos a bombeo, una respuesta del tipo de la fig. 1 que pueda referirse a un fenómeno de doble porosidad no siempre aparece. Los autores han revisado centenares de pruebas de bombeo efectuadas en pozos perforados en los acuíferos de llanuras cársicas de Cuba y han constatado esto. Sin embargo, en numerosos casos puede suponerse que ciertas deficiencias del ensayo o algunas particularidades del acuífero pueden enmascarar el fenómeno. Por tal motivo, partiendo del modelo conceptual que supone el karst dispuesto en una cierta jerarquización del espacio al que corresponden determinados dominios de flujo a los que son inherentes estructuras particulares del campo de propiedades físicas (Molerio, 1985a) y apoyados en la singularidad del karst de que la actividad hidrodinámica que en el tiene lugar ocasiona el desarrollo de

procesos morfodinámicos, es decir, que origina formas de relieve que, a su vez, afectan el subsiguiente proceso hidrodinámico, nos planteamos la hipótesis de que la existencia real de la doble porosidad como una propiedad de intercambio de energía y materia entre dos medios continuos cualesquiera del espacio cársico debía, de algún modo, manifestarse en el relieve superficial o subterráneo de estas comarcas. Si conjuntos de formas pudieran explicarse desde este punto de vista ello, sin dudas, constituiría una fuerte evidencia de la validez teórica de un modelo hidrodinámico de interacción entre medios continuos. Si además, como todo parece indicar, el karst puede tratarse como un medio en que interactúan múltiples espacios continuos en sí mismos, podría vislumbrarse toda una explicación física y matemática de la hidrodinámica cársica teniendo en cuenta los propios modelos naturales que ofrecen los peculiares relieves de estos territorios.

Los resultados de esta aproximación constituyen el objetivo del presente trabajo. Una primera versión del mismo fue presentada, en junio de 1985, en la Reunión de Profesores de Geografía del Instituto Pedagógico "Enrique José Varona" de Ciudad de La Habana. La versión final, por otra parte, fue presentada a la Tercera Escuela Internacional para los Problemas Actuales del Carso y la Espeleología celebrada en Vraza, Bulgaria, en Septiembre de 1985, bajo los auspicios de la Unión Internacional de Espeleología y la Federación Búlgara de Espeleología.

FISICA DE LA DOBLE POROSIDAD

Conviene enfocar con cierto detalle la física del fenómeno de la doble porosidad a partir de un análisis riguroso, de manera que permita descubrir su significado hidrodinámico y, además, revelar ciertas limitaciones que han impedido su generalización, sobre todo, en lo tocante a la continuidad de las propiedades físicas de los campos duales y, en este sentido, a las restricciones que la hipótesis del medio continuo impone a ciertos postulados derivados de los teoremas de anisotropía de Maasland (1957).

Hemos señalado que no pocos autores se han ocupado de derivar las ecuaciones que describen la hidrodinámica del modelo de doble porosidad. Los primeros trabajos que siguieron a Barenblatt et al. (1960) fueron los de Warren y Root (1963) y Odeh (1965). Con posterioridad, entre otros, Duguid y Lee (1977) arribaron a una ecuación similar a la de Barenblatt y sus colaboradores aunque sin justificar la base teórica de estos; Huyakorn et al. (1984a) lograron derivar las ecuaciones para el término de transferencia de fluido bajo diferentes condiciones de contorno del régimen de flujo y Narasimhan (1982) demostró que el MDP no era más que un caso particular de interacción de dos medios continuos cualesquiera. Esta última aproximación, por sus evidentes ventajas y mayor rigor, ha sido adoptada por los autores en este análisis y en algunos trabajos precedentes (March, 1984; Molerio, 1984, 1985a, 1985b).

Las deducciones de Barenblatt et al. (1960) fueron obtenidas y aplicadas en la industria de extracción de petróleo. Fue precisamente en este campo donde, a principios de 1940 comenzaron a desarrollarse los estudios de flujo en medios porosos agrietados cuya importancia creció sostenidamente al determinarse que la capacidad de producción de los pozos de petróleo aumentaba al incrementarse artificialmente el agrietamiento del medio, técnicas que, con no poca frecuencia, se aplican en aguas subterráneas con similares objetivos.

X En las rocas consolidadas (fase sólida) se encuentran, comúnmente, dos tipos de aberturas, discontinuidades, en todo caso, de espacios vacíos que pueden, permanente o alternativamente, estar ocupados por aire o agua; es decir, por una fase gaseosa o una líquida, o ambas. Estos espacios vacíos, poros en sentido amplio, cuyas dimensiones son en extremo variables, son el resultado de los complejos procesos de deposición (sedimentación), litificación (diagénesis) y de los esfuerzos tectónicos y térmicos que actuaron sobre el sistema en el curso de su evolución geológica. En el caso particular de las rocas carbonatadas carsificadas, un tercer tipo de espacio vacío, con las mismas características fundamentales de los restantes, se incorpora al conjunto, pero, en este caso, como consecuencia de subsecuentes procesos de erosión, disolución, transporte y deposición de los residuos de la carsificación.X En resumen, los

mencionados espacios pueden definirse, en términos de sus mutuas relaciones de equivalencia, del modo en que se presentan en la Tabla 1 (Molerio, 1985a).

Una conclusión importante frecuentemente no tomada en cuenta en su real dimensión puede derivarse de la Tabla 1. Ella se refiere a que las magnitudes de las variables que cuantifican el campo (velocidad del flujo, conductividad hidráulica, el coeficiente de almacenamiento, - sin detenernos en la validez de los términos -, el tiempo de retardo en la respuesta del sistema), están en relación inversa con el volumen que cada espacio ocupa en el conjunto en tanto otros mantienen una cierta dependencia con él, tal como debe esperarse en medios porosos no agrietados.

Esto no solamente ha provocado confusiones en la hidrálica de los medios "anisotrópicos por fisuración", como los denominan algunos autores (veáse Scheidegger, 1957), sino que ha conspirado contra la adecuada comprensión de la particular fenomenología de los acuíferos cársicos a los que, muchas veces sin el menor rigor, se le atribuyen propiedades que sólo existen en medios anisotrópicos ideales. Precisamente, una de las causas de que el karst sea, en cierto sentido, el límite superior de "medio anisotrópico por fisuración " se debe al carácter múltiple de los espacios interactuantes que provocan tridimensionalidad progresiva a la anisotropía del campo y en el cual la heterogeneidad y la discontinuidad son propiedades constantes más que aleatorias.

Otra conclusión que puede derivarse de la tabla 1 es que existen ciertas relaciones de equivalencia entre las componentes del espacio que, al enlazarlas, también enlazan las propiedades del campo y del fluido que ellas representan. Para uno u otro objetivo puede aislarse un campo o un espacio, pero a veces se olvida que la simplificación del modelo natural no puede entrañar desvirtuar la realidad. En consecuencia, el tratamiento riguroso y, por ello, el más próximo a reflejar la realidad es aquel que considere la multiplicidad de espacios, dominios de flujo, y campos, anulando las ecuaciones que los describen só cuando tal espacio, dominio o campo, no estén presentes en la muestra ensayada del sistema.

De este modo, para cada medio en interacción resulta necesario derivar un sistema de ecuaciones que describan el estado inicial del sistema, las leyes que rigen su funcionamiento, las condiciones de contorno, y el intercambio de fluido.

En consecuencia deben definirse los términos del sistema de ecuaciones (1) y evaluar aquellos correspondientes a la continuidad, movimiento, e interacción del fluido. Para esto nos basaremos indistintamente en Bear et al. (1968), Polubarinova-Kochina (1962), Milne-Thomson (1963), Duguid y Lee (1977), Kiraly (1978), Kovacs (1981), Huyakorn et al. (1983a y b), y en nuestros propios resultados.

La compresibilidad del agua es una función de la presión, temperatura y grado de saturación respecto a los materiales disueltos en ella. Asumiendo flujo isotérmico y composición constante, el coeficiente de compresibilidad del agua $\beta$ puede describirse por ecuaciones de estado del tipo:

(7) $$\beta = -(\Delta V/V_0)/\sigma$$

donde $\Delta V/V_0$ es el cambio de volumen por volumen inicial y $\sigma$ es el incremento de presión, definido por:

(8) $$\sigma = p - p_0$$

donde $p$ es la presión total y $p_0$ la inicial. Suponiendo que la dilatación es pequeña, $\beta$ puede expresarse como:

(9) $$\rho = \rho_0 \exp \beta\sigma$$

siendo $\rho$ y $\rho_0$ las densidades total e inicial del fluido.

El volumen total de un medio cársico (MC) es,

(10) $$V = V_c + V_g + V_p + V_s$$

en que los subíndices c, g, p, y s, se refieren, respectivamente, a las cavernas, grietas, poros y al sólido. En un medio agrietado no cársico (MA), V puede expresarse como:

(11) $$V = V_g + V_p + V_s$$

y, de acuerdo con la definición de porosidad (de Wiest, 1971), esta puede definirse para cada una de las componentes del medio ( $\phi$ ). Es decir,

- para MC:

(12) a. $\phi_c = V_c / V$

b. $\phi_g = V_g / V$

c. $\phi_p = V_p / V$

d. $\phi_s = V_s / V$

y para un MA según (12b-d). En consecuencia, para la porosidad de cualquier componente n del espacio total (cavernas, grietas, poros, matriz sólida) puede obtenerse una derivada con respecto al tiempo que se expresa como:

(13) $$\frac{d\phi_n}{dt} = \frac{1}{V}\left(\frac{dV_n}{dt} - \phi_n \frac{dV}{dt}\right)$$

de este modo, suponiendo el sólido incompresible y sustituyendo en (13) la derivada de volumen (10) con respecto al tiempo, se obtiene:

(14) $$\frac{d\phi_n}{dt} = \frac{1}{V}\left[(1-\phi_n)\frac{dV_n}{dt} - \phi_n \frac{dV_n}{dt}\right]$$

que para un MA equivale a:

(15) $$\frac{d\phi_p}{dt} = \frac{1}{V}\left[(1-\phi_p)\frac{dV_p}{dt} - \phi_p \frac{dV_g}{dt}\right]$$

y, de acuerdo con (7) y (12), puede plantearse que,

(16)

a. $-\beta V \phi_p \frac{d\sigma_p}{dt} = \frac{dV_p}{dt}$

b. $-\beta V \phi_g \frac{d\sigma_g}{dt} = \frac{dV_g}{dt}$

c. $-\beta V \phi_c \frac{d\sigma_c}{dt} = \frac{dV_c}{dt}$

d.

procediendo para un MA, puede sustituirse (16a-b) en (15), de modo que para los poros, el cambio de porosidad con el tiempo es:

(17) $$\frac{d\phi_p}{dt} = \phi_p \phi_g \beta \frac{d\sigma_g}{dt} - (1-\phi_p)\phi_p \beta \frac{d\sigma_p}{dt}$$

para las grietas,

(18) $$\frac{d\phi_g}{dt} = \phi_p \phi_g \beta \frac{d\sigma_p}{dt} - (1-\phi_g)\phi_g \beta \frac{d\sigma_g}{dt}$$

Para obtener las ecuaciones de conservación y de movimiento es necesario introducir un cierto espacio elemental representativo en términos de volumen o longitud (Bear et al., 1968; Kovacs, 1981; Long et al., 1982, entre otros) o de área (Molerio, 1985b) para el cual las propiedades puedan definirse como continuas.

Un volumen (VER o REV), longitud (REL) o area (AER) elemental representativos se definen como aquellos volúmenes, longitudes o áreas en las que un ligero incremento o disminución de sus límites no causa una variación apreciable en el valor o magnitud de una propiedad o grupo de ellas. En medios anisotrópicos es necesario incluir que tal incremento o disminución tampoco debe provocar una sensible alteración en la direccion de tal propiedad o grupo de ellas. Tanto el REL como el REV son términos en los que se permite una cierta vaguedad como recurso numérico para obviar el efecto de escala en la deformación de los resultados (Carnahan, 1976; Molerio, 1984) aunque uno de los autores ha intentado definirlo en espacios reales (Molerio, 1985b). La siguiente fundamentación ha sido tomada de este último trabajo, y

ofrece la posibilidad de evaluar propiedades continuas en muestras representativas que exhiban continuidad de centro a centro de gravedad de las componentes del sistema.

Partiendo de que la Ley de Darcy establece que,

(19) $$\vec{V} = -K \, \overrightarrow{grad\, h}$$

siendo $\vec{V}$ la velocidad media, K el tensor de conductividad hidráulica y grad h la diferencia de potenciales, es necesario definir en V las siguientes componentes:

- la velocidad baricéntrica, V*;
- la velocidad volumétrica, V=V*+(Dd/$\rho$) grad $\rho$
- la velocidad de cualquier componente $\alpha$ , $V_{\alpha}$

La ecuación local de continuidad se deriva a partir de,

(20) $$\int_{(U)} (\delta \rho / \delta t)\, dU = -\int_{(S)} \rho V^{*} ds = -\int_{(S)} -(\rho V - \mathcal{D}_d \, grad \, \rho)\, ds$$

en la que U es un dominio finito del espacio y S la superficie límite.

Expresando $\rho$ y Vs en cualquier punto de la sección del circuito como una suma de promedios sobre el área $\omega$, siendo Vs la proyección de V en la dirección del eje del circuito, resulta:

(21) $$\rho = \langle \rho \rangle + \rho'$$

$$V_s = \langle V_s \rangle + V_s'$$

y,

(22) $$\langle \rho \rangle = \int_{(\omega)} \rho \, d\omega \Big/ \int_{(\omega)} d\omega$$

En el límite de una película de canal y promediando (20) sobre la sección del circuito, la ecuación local de continuidad adopta la forma:

(23) $$\partial\langle\rho\rangle/\partial t = -\langle\partial(\rho V_s)/ds + \partial(D_d\,\partial\rho/\partial s)/\partial s\rangle$$

o,

(24) $$\partial\langle\rho\rangle/\partial t = -\langle\partial(\rho V_s)/ds\rangle$$

en la que ds es el elemento de longitud a lo largo del eje del canal. Entonces,

(25) $$\ell_s = \langle V\rangle / \langle V\rangle$$

y,

(26) $$\frac{\partial}{\partial s}(\ ) = \frac{\partial}{\partial \xi_i}(\ )\ \frac{d\xi_i}{d\sigma}\ \frac{d\sigma}{ds}$$

para,

$$\frac{d\sigma}{ds} = \sec\theta$$

siendo $\xi_i(\sigma)$ las coordenadas cartesianas de un punto a lo largo de una línea de corriente y $d\sigma$ un elemento de longitud a lo largo de una línea de corriente en un sistema fijo de coordenadas xi= (1,2,3) sistema en el cual (23) o (24) pueden plantearse como:

(27) $$\left\langle\frac{\partial\rho}{\partial t}\right\rangle = \left\langle\frac{\partial}{\partial\xi_i}\left[D_d \sec^2\theta \cdot T_{ij}\frac{\partial\rho}{\partial\xi_j}\right] - \frac{\partial}{\partial\xi_i}(\rho V_i)\right\rangle =$$

$$= \left\langle\frac{\partial}{\partial\xi_i}\left[D_d T_{ij}^{*}\frac{\partial\rho}{\partial\xi_j}\right] - \frac{\partial}{\partial\xi_i}(\rho V_i)\right\rangle$$

(28) $T_{ij}{}^{*} = T_{ij} \cdot sec^2\theta$

y,

(29) $T_{ij} = (d\xi_i/d\sigma)(d\xi_j/d\sigma)$

Para la ecuación de movimiento se aplica el Teorema del Momento a un volumen elemental de líquido:

(30) $U_o = \iint_{\Delta l \omega} d\omega\, dl$

y,

(31) $d/dt \int_{U_o} \rho V^* dU = \Sigma F$

o también,

(32) $\int_{U_o} \frac{\partial(\rho V^*)}{\partial t} dU = - \int_{\sigma = f(U_o)} \rho V^* dS + \int_{U_o} I dU$

en la que $\Sigma F$ es la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el fluido en U (gravedad, presión, viscosidad); I es la producción de momento en $U_o$, de manera que resulta,

(33) $\Sigma F = \int_{U_o} I dU = -1z \int_{U_o} \rho g\, U - \int_{S = f(U_o)} p\, dS + \int_{U_o} R\, dU$

donde R representa la fuerza debida a la viscosidad y $1$ z un vector unitario dirigido verticalmente hacia arriba.

En régimen lineal, R se expresa como:

(34) $R = -\mu V^* / B$

siendo $\mu$ la viscosidad dinámica y B la conductividad del canal.

Para un canal elemental de longitud $\Delta$ s, resulta que en el caso lim $\Delta$ s $\rightarrow$ 0,

(35) $$< V_i^* + \frac{B\ell}{\mu}\frac{\partial V_i^*}{\partial t} > = < \frac{BT_{ij}}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial \xi_j} + \rho_g \frac{\partial z}{\partial \xi_j}\right) >$$

Y el promedio a:

(36) $$\bar{a}(P) = 1/n\Delta U_o(P) \int_{(n\Delta U_o)} a\,dU_v$$

por lo que con el mismo razonamiento, el valor promedio, estadísticamente continuo de cualquier variable del campo, como por ejemplo, la conductividad hidráulica K, puede expresarse como:

(37) $$K(P) = 1/n\,\Delta L(P) \int_{(n\Delta L)} K\,dL_v$$

De este modo, las propiedades microscópicas que pueden promediarse continuamente en volúmenes, longitudes o áreas hasta convertirse en propiedades macroscópicas en función de la variación del límite del dominio sin perder su identidad física, aunque varíe su magnitud, constituyen componentes no aleatorias de caracterización del dominio en las que prevalece la componente de tendencia como indicador del cambio de límite del dominio. La variación en magnitud con este cambio es una de las consecuencias más importantes del efecto del factor de escala sobre la estructura del campo de propiedades físicas en el caso de los acuíferos cársicos (Molerio, 1984a).

Huyakorn et al. (1983a) plantean las ecuaciones diferenciales parciales que describen el movimiento del fluido en un MDP asumiendo que el acuífero es isotrópico; de manera que la ecuación de flujo en el continuum de las grietas puede escribirse:

(38) $$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(T\frac{\partial h}{\partial x_i}\right) = S\frac{\partial h}{\partial t} - \Gamma - q$$

para,

$$i = 1, 2$$

en la que h es la carga hidráulica en la grieta; T, es la transmisividad de la grieta; S, el coeficiente de almacenamiento de la formación, $\Gamma$, es el término de transferencia del fluido y q es el volumen de fluido que integra o abandona el sistema.

o, de otro modo, teniendo en cuenta que $K_{ij} = K_{ji}$,

(41)
$$\frac{V_x}{J_x} H_x \frac{\partial h}{\partial x}$$
$$\frac{V_y}{J_y} H_y \frac{\partial h}{\partial y}$$
$$\frac{V_z}{J_z} H_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

en que los valores de velocidad en (19) representan realmente,

(42)
$$V_1 = K_{11} J_1 + K_{21} J_2 + K_{31} J_3$$
$$V_2 = K_{12} J_1 + K_{22} J_2 + K_{32} J_3$$
$$V_3 = K_{13} J_1 + K_{23} J_2 + K_{33} J_3$$

Para flujo bidimensional,

(43)
$$K_{11} = K_x \cos^2\alpha + K_y \operatorname{sen}^2\alpha$$
$$K_{22} = K_y \operatorname{sen}^2\alpha + K_y \cos^2\alpha$$
$$K_{21} = K_{12} = -\frac{1}{2} (K_x - K_y) \operatorname{sen} 2\alpha$$

en los que $J = \operatorname{grad} h$ y un ángulo positivo con direcciones preferenciales $x'$, $y'$.

En este primer análisis, el término $-q$ puede despreciarse y suponerse que la conservación se alcanza con el balance en el término $\Gamma$ .

Duguid y Lee (1977) plantean la ecuación de conservación de esta forma:

(44) $$\frac{d}{dt}\int_V \rho_f \phi_f dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \phi_f) dV + \int_S n \rho_f \phi_f \langle v_f \rangle dS = 0$$

en la que $\rho_f$ y $\phi_f$ son la densidad y la porosidad del fluido, por lo que el producto $\rho_f \phi_f$ es la masa de fluido por unidad de volumen del medio poroso; $\langle vf \rangle$ es la velocidad espacialmente promediada del fluido; n, un vector normal de superficie unitaria; V, el volumen del medio, y S, la superficie límite.

La velocidad del fluido respecto al sólido vs equivale a:

(45) $$\langle vfs \rangle = \langle vf \rangle - \langle vs \rangle$$

en la que $\langle vs \rangle$ es la velocidad del sólido respecto a la fase sólida.

Sustituyendo (45) en (44) y aplicando el teorema de divergencia, los mencionados autores obtuvieron la siguiente ecuación de continuidad que consideran equivalente a la obtenida por Cooper (1966):

(46) $$(\partial/\partial t)(\rho_f \phi_f) + \nabla\cdot(\rho_f \phi_f \langle v_s \rangle) + \nabla\cdot(\rho_f \phi_f \langle v_{fs} \rangle) = 0$$

o,

(47) $$(d/dt)(\rho_f \phi_f) + \rho_f \phi_f \nabla\cdot\langle v_s \rangle + \nabla\cdot(\rho_f \phi_f \langle v_{fs} \rangle) = 0$$

donde,

(48) $$(d/dt) = (\partial/\partial t) + \langle v_s \rangle \cdot \nabla$$

La transferencia de fluido de cualquiera de los dominios ocurre cuando decrece la presión en los de mayor diámetro efectivo. Así, en un MC la transferencia es,

$$Vp \longrightarrow Vg \longrightarrow Vc$$

y en un MA se omite Vc. Definiendo tal transferencia como la masa de fluido que llega a las grietas desde los poros por unidad de tiempo por unidad de volumen, y haciendo el fluido homogéneo, es decir, $\rho p = \rho g = \rho$ suponiendo que se trate de fluidos cinemáticamente similares, se pueden plantear las correspondientes ecuaciones de continuidad del modo siguiente:

-para el fluido en el medio poroso:

$$(49)\ [\partial(\rho\phi_p)/\partial t] + \nabla\cdot(\rho\phi_p<V_s>) + \nabla\cdot(\rho\phi_p<V_{ps}>) + \Gamma = 0$$

-para el fluido en las grietas:

$$(50)\ [\partial(\rho\phi_g)/\partial t] + \nabla\cdot(\rho\phi_g<V_s>) + \nabla\cdot(\rho\phi_g<V_{gs}>) - \Gamma = 0$$

en donde $\Gamma$ es el término de transferencia. En este sentido $\Gamma$ es una función de la carga en cada medio interactuante; por ello es, doblemente, una función del tiempo y del espacio, y el problema radica, entonces, en definir un modelo matemático que describa el intercambio. Para resolver la dependencia dual del espacio y del tiempo, es conveniente trabajar sobre modelos que resuelvan las ecuaciones correspondientes en términos de régimen de flujo. Asítenemos las siguientes posibilidades:

- régimen permanente (RP)
- régimen cuasi permanente o seudopermanente (RSP)
- régimen transitorio o no permanente (RT)

Con pares de espacios en régimen permanente, uno de ellos se anula, en nuestro caso los poros (en el sistema grieta-poro) y el medio se convierte en un continuo único. el de las grietas. Esta posibilidad, con no poca frecuencia, resulta muy útil y, bajo determinadas condiciones refleja, con elevada precisión, el comportamiento del sistema. Obviamente, aquí $\Gamma=0$ y solo $\Gamma\neq 0$ cuando interactúe más de un sistema. En cierto sentido, el término de transferencia puede considerarse equivalente de la

BIBLIOGRAFIA


1. Barenblatt, G.I.; Zheltov, Iv. P. y I. N. Kochina (1960): Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks.
J. Appl. Math. Mech.,(24): 1286-1303.

2. Bear,J.D.; Zaslavsky; S.Irmay (1968): Physical principles of water percolation and seepage.
UNESCO , Arid Zone Research, XXIX, Paris,465:

3. Bibby, Robert (1981): Mingling by displacement in dual porosity media.
Geol. Jb. C 29 : 217-229

4. Borevskii, B.; B. Samsonov y L. Yazvin (1982): Metódica para la determinación de los parámetros de los acuïferos por datos de aforos (en ruso).
Nedra, Moscú, :328

5. Boulton, N.S. y T.D. Streltsova (1977a): Unsteady flow to a pumped well in a fissured water-bearing formation.
Jour. Hydrol. 35, : 257-269.

6. Boulton, N.S. y T.D. Streltsova (1977b): Unsteady flow to a pumped well in a two-layered water-bearing formation.
Jour. Hydrol. 35, : 245-256.

7. Carnahan, C.L. (1976): Non-equilibrium thermodynamics of groundwater flow systems : symmetry properties of phenomenological coefficients and considerations of hydrodynamic dispersion.
Jour. Hydrol. (31): 125-150

8. Duguid, James O. y P.C.Y. Lee (1977): Flow in fractured porous media.
Water Resour. Res. 13 (3): 558-566

9. de Wiest, Roger J.M. (1971) : Geohydrology.
Edic. Revolucionaria La Habana, 366:

10. Huyakorn, Peter S.; Barry H. Lester,, & James W. Mercer (1983a): An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media. 1. Single species transport. Water Resourc. Res. 19 (3) : 841-854, June.

11. Huyakorn, Peter S.; Barry H. Lester, & Charles R. Faust (1983b): Finite element techniques for modeling groundwater flow in fractured aquifers. Water Resourc. Res. 19 (4): 1019-1035, August.

12. Kiraly, L. (1978): Le notion d'unite hydrogeologique. Essai de definition. These Bull. Centre Hydrogeol. Univ. Neuchatel, 2: 83-216

13. _____________(1975): Rapport sur l'etat actuel des connaissance dans le domaine des caracteres physiques les roches karstiques. In/ Berger, & Dubertret: Hydrogeology of karstic terraines. Internatl. Ass. Hydrogeol. Paris, : 53-67

14. Kovacs, Gyorgy (1981): Seepage hydraulics. Akademiai Kiado, Budapest, 730:

15. Liakopoulos, A.C. (1961): On the tensor concept of the hydraulic conductivity. Rev. Eng. Am. Univ. Beirut 4 : 35-42

16. Long, J.C.S. ; J.S. Remer; C.R. Wilson; P.A.Witherspoon (1982): Porous Media Equivalents for Networks of Discontinous Fractures. Water Resour. Res. 18 (3): 645-658

17. Maasland, Marinus (1957): Soil anisotropy and land drainage. In/ J.N. Luthin, ed.: Drainage of Agricultural Lands. Amer. Soc. Agr. Madison, Wisconsin : 216-228.

18. March Delgado, Cecilia (1984): Propiedades físicas de los acuíferos cársicos. I. La doble porosidad
IV Conf. Cient. de Ingeniería y Arquitectura, La Habana, Cuba :1-13

19. Milne-Thomson (1968): Theoretical Hydrodynamics.
Mac Millan , London, 743:

20. Moench, Allen F. (1984): Double porosity model for a fissured groundwater reservoir with fracture skin.
Water Resour. Res. 20,(7):831-846

21. Molerio León, Leslie F. (1984 a): La estructura de la conductividad hidráulica anisotrópica en el karst. Método de cálculo del tensor K.
III Jornada Cient. Grupo Espeleol. Martel de Cuba.

22. ______________________________(1984 b): La estructura geológica y el campo de propiedades físicas de los acuíferos cársicos.
X Jornada Cient. Inst. Geol. Pal. Acad. Cienc. Cuba

23. ______________________________(1985 a): Dominios de flujo y jerarquización del espacio en acuíferos cársicos.
Resumen. Simposio XLV Aniv. Soc. Espeleol. de Cuba : 44

24. ______________________________(1985 b): El Area Elemental Representativa (AER) para la evaluación de las propiedades físicas del carso. Modelo teórico.
Resumen Simposio XLV Aniv. Soc. Espeleol. de Cuba : 45

25. Narasimhan, T.N. (1982): Multidimensional numerical simulation of fluid flow in fractured porous media .
Water Resour. Res. 18 (4): 1235-1247

26. Odeh, A.S. (1965): Unsteady state behavior of natural fractured reservoirs.
Soc. Petroleum Engineer Jour., 5 (1): 60-64

27. Polubarinova-Kochina, P. Ya. (1962): Theory of groundwater movement.
Princeton Univ. Fress., Princeton, 611:

28. Scheidegger, A. (1960): The physics of flow through porous media.
Univ. Toronto Press, 313:

29. Streltsova-Adams, T.D. (1976a): Comments on "Analysis of pumping tests data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response" by Shlomo P. Neumann.
Water Resour. Res. 2 (1) : 113-114.

30. ____________________________(1976b): Advances and uncertainties in the study of groundwater flow in fissured rocks.
Adv. Groundwater Hydrol., Amer. Water Resourc. Ass.: 48-56

31. Theis, C.V. (1935): The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage.
Trans. Amer. Geoph. Union, (16): 519-524.

32. Warren, J.E. y P.J. Root (1963): Behavior of natural fractured reservoirs.
Soc. Pet. Eng. Jour. 9 ,,: 245-255.