CDU: 556.332.6:556.14

APLICACION DEL ANALISIS DE REGRESION EN EL PROCESAMIENTO DE LOS DATOS DE OBSERVACION DEL NIVEL FREATICO

ING. V. Y. KOLOCHINSKI

RESUMEN

En el artículo se expone un nuevo enfoque del análisis de los datos de observación del régimen de aguas subterráneas en pozos aislados, basado en la utilización del método en análisis de regresión.

El presente trabajo tiene como objetivo fundamental aumentar la precisión y la veracidad de la recarga natural por infiltración al manto freático, basado en los datos de observación del régimen que contengan errores arbitrarios.

Se analizan, además, otras posibles direcciones para la aplicación del método propuesto.

INTRODUCCION

El presente trabajo está dedicado a la recarga de aguas subterráneas por infiltración de las precipitaciones atmosféricas. Como información inicial se utilizan las series de observaciones de las precipitaciones y nivel al manto freático en pozos aislados. Se supone que esta información inicial puede conservar errores condicionados tanto por la imprecisión de magnitudes observadas, como también, por la influencia de factores subestimados que inciden en la formación del régimen.

El enfoque que se propone contempla el aporte dado por la infiltración, en el proceso de formación del nivel del manto freático. Este problema se soluciona por los métodos de análisis de regresión, cuando la serie de observaciones de la velocidad con que varía el nivel de las aguas subterráneas se considera como variable dependiente, en la ecuación de regresión, y los datos de precipitaciones, nivel de aguas subterráneas, etc., como las variables independientes de la misma ecuación.

Tal solución permite mejorar sustancialmente la precisión y la veracidad de los resultados obtenidos, disminuyendo, en grado considerable, la incidencia de errores implícitos de los datos iniciales.

El método propuesto puede ser aplicado para la solución de otros problemas de Hidrología.

I. Fundamentación teórica del método

Al emplear este método partimos de las siguientes suposiciones:

1. La infiltración de agua hasta la superficie del manto freático es instantánea, es decir, el tiempo de infiltración a través de la zona de aereación, τ, es igual a cero o despreciable [3], comparado con los intervalos de tiempo entre las mediciones del nivel de aguas subterráneas Δt.

2. La recarga del manto freático, por infiltración, es directamente proporcional a la magnitud de las precipitaciones, o sea,

$$W = K_w P \qquad (1)$$

donde:

W – recarga del manto freático por infiltración, durante el tiempo Δt;

P – cantidad de las precipitaciones en el transcurso del mismo tiempo;

K_w – coeficiente de infiltración de las precipitaciones atmosféricas.

Esta suposición se ha hecho únicamente para simplificar los cálculos subsiguientes. Pudiera aplicarse cualquier función del tipo $W = K_w \cdot f(P)$.

3. Al analizar el proceso de variación del nivel del manto freático, nos basamos en el Principio de Superposición, es decir, consideramos que la variación (observada) total del nivel, bajo la influencia de distintos factores, es equivalente a la suma de las variaciones debidas a cada factor aislado.

4. La cantidad de los datos iniciales disponibles es suficiente para su procesamiento estadístico.

Cada una de estas exposiciones tiene sus propios límites de aplicación, los cuales se van a tener siempre en cuenta al determinarse la esfera de aplicación del método.

Examinemos un solo manto acuífero libre, cuyo nivel varía bajo la influencia de dos factores: la infiltración y el flujo hacia el límite en que se produce la descarga del mismo.

Resulta que:

$$\Delta H = \Delta H_w + \Delta H_o \tag{2}$$

donde

ΔH – variación del nivel, observada durante el tiempo Δt

ΔH_w y ΔH_o – variaciones del nivel debido a la infiltración y al flujo durante el tiempo Δt; respectivamente siendo $\Delta H_w = \frac{W}{\mu}$ [1]. Aquí μ es el coeficiente de almacenamiento del acuífero.

Teniendo en cuenta la fórmula (1) resulta que

$$H = \frac{K_w}{\mu} \cdot P + \Delta H_o \tag{3}$$

Si dividimos la igualdad entre Δt:

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{K_w}{\mu} \cdot \frac{P}{\Delta t} + \frac{\Delta H_o}{\Delta t}$$

Para expresar la variable $\frac{\Delta H_o}{\Delta t}$ mediante los datos inicales, utilizamos la conocida solución de Bussinesk [4]. según la cual la ecuación de la curva de depresión con la infiltración cero, tendrá el siguiente aspecto:

$$Z = c \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{2L} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \tag{5}$$

donde

Z – nivel del manto freático con respecto al nivel de base de erosión

x – distancia entre el punto de observación y la base de erosión

c – constante

t – tiempo transcurrido a partir del período seco

L – distancia entre la divisoria de aguas y la base de erosión.

α – coeficiente de agotamiento que equivale a

$$\alpha = \frac{\pi^2 \cdot Ay}{4L^2} \tag{6}$$

donde

Ay – coeficiente de conductividad

La velocidad de variación del nivel de aguas subterráneas será igual a

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\alpha \cdot c \cdot \sin \frac{\pi x}{2L} \cdot$$

$$\cdot e^{-\alpha \cdot t} = -\alpha \cdot z \tag{7}$$

Expresando la ecuación (7) en la forma de diferencias finitas obtendremos:

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} = -\alpha \cdot \bar{z} \tag{8}$$

donde

$\bar{z}$ – valor promedio de la magnitupd z durante el período de tiempo Δt.

Si el nivel se mide respecto a una cota arbitraria y no con relación al nivel de base de erosión, la función (8) tendrá el aspecto siguiente:

$$\frac{\Delta H_o}{\Delta t} = -\alpha (\bar{H} - H_e) \tag{9}$$

donde

H – nivel promedio de aguas subterráneas durante el tiempo Δt según el sistema de referencia asumido

H_e – cota de nivel de base de erosión según el mismo sistema de referencia.

Al hacer sustituciones en la expresión (4) por la (9) resultaría que

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Kw}{\mu} \cdot \frac{P}{\Delta t} - \alpha \cdot \bar{H} + b_0 \qquad (10)$$

donde

$b_0 = \alpha \cdot H_e = \text{const.}$

Cabe subrayar que todas las variables que forman parte de la ecuación (10) se determinarán directamente de las observaciones.

Otra ecuación similar a la (10) puede obtenerse, además, por otro método. Veamos la ecuación diferencial unidimensional alineada de la filtración para una línea de flujo que atraviesa un punto escogido [1].

$$\frac{\partial H}{\partial t} = Ay \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{W}{\mu} \qquad (11)$$

La ecuación diferencial tipo (11) tendrá soluciones particulares, según las cuales [4]

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = C'_0 + C'_1 \cdot H \qquad (12)$$

donde

C'_0 y C'_1 – constantes que dependen de la posición del punto de observación y del sistema de referencia H.

Teniendo en cuenta las expresiones (1) y (12), la ecuación (11) tomará la siguiente forma

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{Kw}{\mu} \cdot p + C_1 \cdot H + C_0 \qquad (13)$$

donde

$P = P(t)$ – intensidad de precipitaciones

C_0 y C_1 – coeficiente de la ecuación

Al pasar a diferencias finitas, obtendremos

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Kw}{\mu} \cdot \frac{P}{\Delta t} + C_1 \cdot \bar{H} + C_0 \qquad (14)$$

Esta ecuación resulta similar a la expresión (10)

Los valores C_1 y C_0 dependerán de las condiciones límites de solución de la ecuación (11) y, particularmente, pueden ser iguales a los coeficientes respectivos de la ecuación (10).

Para determinar la magnitud de la infiltración sería suficiente encontrar el valor $\frac{Kw}{\mu}$ y luego, conociendo la magnitud de las precipitaciones y el almacenamiento, calcular la W.

De ese modo el problema se reduce a determinar los coeficientes de la ecuación (14), para lo que resulta suficiente tres valores de ΔH, P, $\bar{H}$ cada uno. Sin embargo, en este caso los errores contenidos en los valores de la magnitud H, crecerán bruscamente al pasar sus valores absolutos a las diferencias de $\frac{\Delta H}{\Delta t}$. El error en la determinación de los coeficientes de la ecuación (14), puede alcanzar el 100 % y, en algunos casos, los resultados obtenidos carecerán de sentido físico [7].

La precisión y la confiabilidad de dichos resultados podrían elevarse si para la solución del problema planteado se aplica el análisis regresivo.

Al considerar la expresión (14) como una ecuación de regresión se puede anotar que

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + u \qquad (15)$$

donde

y – variable dependiente; $y = \frac{\Delta H}{\Delta t}$

$x_1 = \frac{P}{\Delta t}$ y $x_2 = \bar{H}$ – variables independientes

b_0, b_1 y b_2 – parámetros de la ecuación de regresión;

$$\text{siendo } b_1 = \frac{Kw}{\mu} \tag{16}$$

u – variable casual que incluirá la influencia de factores no considerados interferencias accidentales y observaciones erróneas.

Al haber solucionado la ecuación (15) sobre la base del parámetro b_1, se podrá determinar la magnitud K_w. En la práctica la solución de las ecuaciones de regresión se obtiene mediante los programas patrones de computación sin afrontar dificultades. Así, no sólo se determinan los parámetros de la regresión, sino se evalúa su precisión [5].

La influencia de los errores implícitos en los datos iniciales sobre el resultado obtenido, según se deduce de la teoría de análisis regresivo, desaparece si dichos errores no tienen correlación con la variable independiente del parámetro buscado [5]. Esta circunstancia permite excluir del análisis los factores que inciden en la formación del régimen y que no tienen vinculación correlacional con las precipitaciones. En tal caso, los parámetros b_0 y b_2 de la ecuación (15) pueden perder el sentido físico por considerar simultáneamente la influencia de varios factores heterogéneos.

II. Esfera de aplicación del método

Delimitemos la esfera de aplicación del método que se propone.

La primera suposición sobre una penetración instantánea del agua a través de la zona de aereación permite asumir, para la determinación de la suma de precipitaciones P, los mismos intervalos de tiempo Δt que entre las mediciones del nivel de aguas subterráneas.

Un error relativo δ en la determinación de la magnitud P puede ser considerado como

$$\delta < 0{,}5 \frac{\tau}{\Delta t} \tag{17}$$

donde

τ – tiempo real de la filtración de agua a través de la zona de aereación.

La tercera suposición, al igual que la solución (5), resulta aplicable para la desigualdad [1]

$$\Delta H << M \tag{18}$$

donde

M – espesor del manto acuífero.

En la práctica suele aplicarse la restricción $\Delta H < 0{,}2$ M. En las ecuaciones (10) y (14) no se consideran las excitaciones que tienen lugar en el contorno del área de infiltración y en el nivel de base de erosión, lo que trae consigo las siguientes restricciones [2].

$$\Delta t \leqslant \frac{l^2}{4\,Ay} \tag{19}$$

y

$$R > 1{,}5\,\sqrt{Ay \cdot T} \tag{20}$$

donde

l – longitud en la cual se hace efectivo el mismo valor de precipitaciones en un gráfico de correlación de una zona dada.

R – distancia entre el punto de observación y el contacto del acuífero con el nivel de base de erosión.

T – tiempo transcurrido desde el inicio hasta el final de la excitación.

Si existen datos sobre la variación del nivel de aguas subterráneas en el límite del flujo subterráneo, se pueden tener en cuenta al introducir en las ecuaciones (10) o (14) el miembro $B_3 \cdot \Delta H^o_e$ donde ΔH^c_e – magnitud de excitación. El orden de determinación de la ΔH^o_e y la expresión para la B_3 se buscan sobre la base de las soluciones analíticas que correlacionan las variaciones del nivel de aguas subterráneas con las exitaciones en el nivel de base de erosión. En esa condición, la restricción (20) pierde su validez.

En la formación del flujo subterráneo pueden tomar parte, además otros factores: explotación, riego, trasvase natural de los acuíferos subyacentes

y otros. En tales casos, serán posibles dos enfoques para la solución de la tarea planteada,

- tener en cuenta la influencia de dichos factores, introduciendo en la ecuación de la regresión los miembros correspondientes;

- excluir del análisis algunos factores luego de haber demostrado que entre los mismos y otras variables independientes de la ecuación de la regresión (en primer término, las precipitaciones) no existe ningún vínculo correlacional.

Con el segundo enfoque se requieren, como regla, mucho menos datos iniciales que con el primero.

Por ejemplo, la explotación con un caudal constante, produce variaciones del nivel de manto freático que no tienen correlación con las precipitaciones. Lo mismo podría aceptarse para las tomas de agua con un régimen cíclico de funcionamiento a condición de que la duración del ciclo sea muy diferente en los períodos seco y húmedo.

Así que en algunos casos resulta posible determinar la magnitud Kw según los datos de observación del régimen alterado del nivel de las aguas subterráneas.

III. Particularidades para la aplicación del método

Al usar el método propuesto debe atenerse a un orden determinado con las siguientes etapas principales:

1. Formulación de la ecuación inicial. Esta etapa comienza con el análisis de las condiciones en que se forma el régimen de los niveles de las aguas subterráneas en el punto de observación. Se analizan los factores de su formación, particualirades características de su variación y grado de vínculo correlacional entre ellos.

   Los resultados obtenidos se utilizan para fundamentar la ecuación inicial de la regresión.

2. Comprobación del campo de aplicación del método. Para cada punto de observación se determinan los valores permisibles de los intervalos de tiempo entre las mediciones, las amplitudes de oscilación del nivel de las aguas subterráneas, se comprueba el cumplimiento de otras limitaciones que determinen el campo de aplicación del método y se saca la conclusión sobre la posibilidad de aprovecharlo.

3. Preparación de los datos iniciales.

En esta etapa se hace el análisis de las series de observaciones sobre el nivel de las aguas subterráneas, las precipitaciones y otros factores que forman parte de la ecuación de regresión en calidad de variables independientes. De la composición de las series iniciales se han de excluir los datos para los cuales la amplitud de las oscilaciones del nivel ΔH_0 los intervalos de tiempos Δt salen fuera de los límites permisibles. Además, es recomendable excluir del análisis los componentes con los valores extremos de la velocidad de cambio de nivel de las aguas subterráneas.

Es necesario prestarle atención especial a lo relacionado con la homogeneidad física de las series y la posibilidad del aprovechamiento común de los resultados de la observación de la lluvia y el nivel de las aguas subterráneas. El primer aspecto consiste en apreciar la variación de los factores que influyen sobre la capacidad de filtración de los suelos en la zona de aereación. Cuanto más estables son estos factores, tanto mayor es la exactitud de los resultados.

La segunda cuestión está vinculada con el hecho de que el punto hidrogeológico y el punto pluviométrico están ubicados, generalmente, en distintos lugares, es decir, para la solución de la ecuación de regresión se aprovechan los datos obtenidos en distintos puntos. La comparación de estos datos introduce un error complementario en la determinación de la magnitud de **Kw** [6], lo que en un grado considerable condiciona la exactitud del método en general. Este error es conveniente determinarlo de antemano.

IV. Análisis de los resultados obtenidos.

Al solucionar la ecuación de regresión, la exactitud y la veracidad de los parámetros de regresión obtenidos deben apreciarse mediante los métodos de la estadística matemática.

Durante el análisis de los resultados obtenidos en esta apreciación se ha de considerar su carácter formal. Complementariamente es recomendable aplicar otros métodos de control de los cuales el más eficaz es el siguiente:

Analizamos la ecuación inicial (14) para el caso

en que no existan datos de lluvias. En estas condiciones tiene el aspecto:

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = C_1 \bar{H} + C_o \qquad (21)$$

De la expresión (9) resulta que $\frac{\Delta H}{\Delta t} = 0$ con $\bar{H} = H_e$. Al sustituir estas igualdades en la (21) obtenemos:

$$C_1 \cdot H_e + C_o = 0 \qquad (22)$$

En cuanto a los valores de C_1 y C_o son conocidos, partiendo de la (22), se puede hallar el valor de H_e. En el caso de ser iguales los valores de H_e real y de cálculo se pueden considerar los resultados del análisis regresivo como físicamente veraces. Esta consideración está basada en que los datos iniciales utilizados para hallar los parámetros de la regresión no contienen ninguna información sobre la posición del horizonte acuífero en el límite y, por consiguiente, la determinación correcta del valor de H_e en la ecuación de regresión es posible sólo en aquel caso, en que la misma refleja adecuadamente el proceso real de la formación del régimen de nivel de las aguas subterráneas. La diferencia entre los valores de H_e real y de cálculo no significa por sí misma que se hayan obtenido los datos erróneos. En la mayoría de los casos esa diferencia está condicionada por la influencia de algún factor formador del régimen, el cual aun cuando influye considerablemente sobre él, no fue tomado en cuenta en la ecuación de regresión.

En este caso, como fue mencionado anteriormente, los valores de C_1 y C_o pueden no tener sentido físico.

Según los resultados del control de exactitud integral, formal y no formal y la veracidad de los resultados obtenidos, se llega a la conclusión sobre si estos son aptos para los cálculos posteriores.

Conviene destacar que en cualquier caso es indeseable la aplicación formal del método de análisis regresivo. Sólo el análisis detallado de la información inicial, las particularidades físicas de la formación del régimen de las aguas subterráneas y los resultados obtenidos, pueden garantizar la determinación correcta de los valores no conocidos.

En resumen, mencionaremos algunas tareas que se pueden solucionar según la metodología ofrecida:

1. La determinación de la intensidad de la evaporación desde la superficie de las aguas subterráneas.

La intensidad de la evaporación vamos a considerarla linealmente vinculada con la profundidad del yacimiento del nivel de estas aguas [3].

$$\varepsilon = Eo\,(\bar{H} - H) \qquad (23)$$

cuando $\bar{H} > H_{cr}$

$$y\ \varepsilon = E_o = 0 \text{ con } \bar{H} \leqslant H_{cr} \qquad (24)$$

Aquí: E – la intensidad de la evaporación desde la superficie de las aguas subterráneas en el tiempo Δt.

E_o – constante

H_{cr} – la profundidad crítica de yacencia del nivel de las aguas subterráneas.

La influencia de la evaporación sobre la velocidad del cambio del nivel de las aguas subterráneas puede tomarse en consideración añadiendo a la parte derecha de la ecuación (2) el componente

$$\frac{\Delta H_E}{\Delta t} = E\,(\bar{H} - H_{cr}) \qquad (25)$$

donde

ΔH_E – el cambio del nivel de las aguas subterráneas sólo bajo la influencia de la evaporación.

$$E = \frac{E_o}{\mu}$$

Teniendo en cuenta la (25) la ecuación (14) adquiere el aspecto:

donde:

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Kw}{\mu} \cdot \frac{P}{\Delta t} + C'_1 \cdot \bar{H}, + C'_0 \qquad (26)$$

donde:

$$C'_1 = C_1 + E \qquad (27)$$

$$C'_0 = C_0 - E \cdot H_{cr} \qquad (28)$$

Relacionando la (27) y (28) obtenemos:

$$H_{cr} = \frac{C_0 - C'_0}{C'_1 - C_1} \qquad (29)$$

Combinando la (27) y la (28) junto con la (22) obtenemos:

$$E = \frac{C'_0 + C'_1 \cdot H_e}{H_e - H_{cr}} \qquad (30)$$

donde H_e - la cota real del horizonte de agua en el límite

La expresión (30) es cierta para el comportamiento natural de las aguas subterráneas.

Para determinar los valores de H_{cr} y E es necesario hallar los parámetros de la ecuación (14) y (26).

La ecuación (14) describe el proceso de formación del régimen del nivel de las aguas subterráneas sin tomar en consideración la influencia de la evaporación.

Para su solución extraemos de la serie inicial de observaciones aquellos datos que cumplen con la condición de $\bar{H}_i < H'_{cr}$ donde H'_{cr} es el límite inferior del valor H_{cr}. Al cumplir esta condición desde la (24) proviene que $E = E_0 = 0$, es decir la evaporación no existe.

Para la solución de la ecuación (26) que incluye la evaporación, se utilizan aquellas componentes de la serie inicial para los cuales $\bar{H}_i > H''_{cr}$, donde H''_{cr} el límite superior de los posibles valores de H_{cr}.

Conociendo los parámetros de C_0, C_1, C'_0 y C'_1 según las ecuaciones (29) y (30) hallamos el valor de H_{cr} y E.

Si la dependencia de la intensidad de evaporación con la profundidad de las aguas subterráneas es considerablemente no lineal y tiene el aspecto $E = E_0 \cdot f(H, H_{cr})$, la tarea de determinar E_0 se resuelve mediante la adición a la ecuación (16) del componente $\frac{\Delta H_e}{\Delta t} = E \cdot X_e = f(H_1 H_{cr})$ y se reduce a la determinación del parámetro correspondiente de la ecuación de regresión. En este caso el valor de H_{cr}, se precisa mediante selección, utilizando como criterio para la misma, el coeficiente par de correlación entre $\frac{H_e}{\Delta t}$ y $\frac{H}{\Delta t}$ y el valor del error de la determinación de E.

2. La determinación del coeficiente de agotamiento

Como procede de la ecuación (10) este coeficiente es igual al segundo parámetro de la regresión y forma parte el valor de b_0. Conociendo estos parámetros hallamos el coeficiente de agotamiento según el segundo de ellos. Para la comprobación del resultado obtenido lo sustituimos en la expresión para b_0 y hallamos H_e comparando el valor calculado de H_e con la cota real del horizonte acuífero en el límite, se puede apreciar la exactitud de la determinación del coeficiente de agotamiento.

3. La precisión del tipo de dependencia entre la infiltración y las lluvias.

Si la infiltración y las lluvias tienen un vínculo considerablemente diferente con respecto a la (1), se puede precisar el tipo de vinculación. Para ello, mediante varias expresiones, se plantea $W = W(P)$ y solucionando la ecuación de regresión según el valor máximo del coeficiente de correlación y el error mínimo se selecciona la expresión de mayor correspondencia para las condiciones dadas.

4. El pronóstico del régimen de las aguas subterráneas.

Como es sabido la ecuación de regresión se puede aprovechar para el pronóstico del cambio de la variable dependiente - $\frac{\Delta H}{\Delta t}$, teniendo los cambios esperados en las variables independientes.

Al llevar a cabo las investigaciones hidrogeológicas e hidrológicas pueden surgir otras tareas en las que el método propuesto puede ser empleado.

BIBLIOGRAFIA

1. F. M. Bochever, I. V. Garmonov, A. V. Lebedev, V. M. Shestakov. Fundamentos de los cálculos hidrogeológicos, 2da. edición, Nedra, 368 páginas, Moscú, 1969
2. D. M. Kats, V. M. Shertakov: "Hidrogeología de mejoramiento", Ira. edición, MGU, 296 páginas. Moscú, 1981.
3. V. M. Shestakov, I S. Pashkovski, A. M. Soifer: "Investigaciones hidrogeológicas en las tierras de regadío, Ira. edición, Nedra, 244 páginas. Moscú 1982.
4. Ia. Ber, D. Zaslavski, S. Irmei: "Fundamentos físico-matemáticos de la filtración de agua". Ira. edición, MIR, 451 páginas. UNESCO, 1968.
5. E. Forster, B. Rento: "Métodos del análisis correlativo y regresivo". Ira. edicón, Die Wirtschaft, 301 páginas. Berlín. 1979.
6. N. Fernández, J. Huerta: "Red pluviométrica nacional". Habana, 25 páginas. Instituto de Hidroeconomía, 1978.
7. L. P. Lapshov: "Métodos de apreciar la alimentación por infiltración de las aguas subterráneas". Resumen. Ira. edición, VIEMS', 57 páginas, Moscú, 1982.